

Johannes Kunz und Mario Studer

Wärmespannungen mit Ein-Punkt-Daten abschätzen

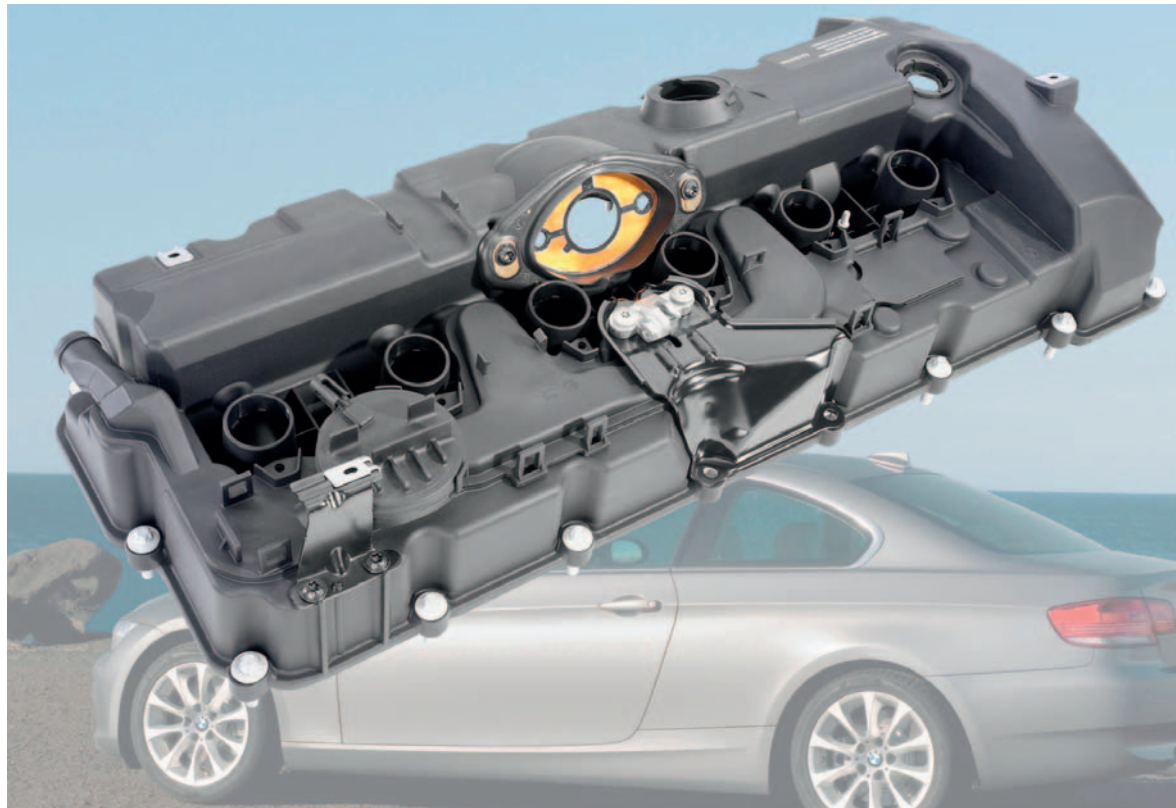
Bauteilauslegung



Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung

Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung (IWK)
HSR Hochschule für Technik Rapperswil
Oberseestrasse 10, Postfach 1475
CH-8640 Rapperswil
T +41 (0)55 222 47 70
F +41 (0)55 222 47 69
iwk@hsr.ch
www.iwk.hsr.ch

Wärmespannungen entstehen bei Temperaturdifferenzen oder dort, wo Werkstoffe mit unterschiedlichem Wärmedehnverhalten miteinander verbunden sind – Zylinderkopfhabe aus mineralverstärktem PA 66 für 6-Zylinder-VVT-Benzinmotor von BMW (Bild: DuPont)



Wärmespannungen mit Ein-Punkt-Daten abschätzen

Bauteilauslegung. Mit einer neuen Abschätzmethode können Wärmespannungen in unverstärkten thermoplastischen Kunststoffbauteilen bei Erwärmung bzw. Abkühlung einfach und in guter Übereinstimmung mit Messwerten berechnet werden. Die Methode benötigt lediglich den Elastizitätsmodul und die lineare Wärmedehnzahl aus Datenbanken sowie einen empirisch bestimmten Einflussfaktor für die Erfassung von Temperatureinfluss und Werkstoffcharakteristik.

**JOHANNES KUNZ
MARIO STUDER**

Wärmespannungen entstehen in einem Bauteil dadurch, dass die von Temperaturänderungen hervorgerufenen Wärmedehnungen äußerlich oder innerlich behindert bzw. verhindert werden. Bei einachsiger Verhinderung der Wärmedehnung infolge Temperaturänderung wird für die Berechnung der Wärmespannungen üblicherweise von der bekannten Beziehung

$$\begin{aligned} \sigma_{\vartheta} &\approx -E \cdot \alpha \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1) \\ &= -E \cdot \alpha \cdot \Delta\vartheta \end{aligned} \quad (1)$$

ausgegangen, in der der Elastizitätsmodul E und die lineare Wärmedehnzahl α konstante Werkstoffkenngrößen sind. Aufgrund der Tatsache, dass Wärmespannungen in viskoelastischen Materialien bereits während ihres Entstehens relaxieren, und wegen der Temperaturabhängigkeit der Werkstoffkennwerte entziehen sich Wärmespannungen in Kunststoffen einer derart einfachen Berechnung, die zu

völlig unrealistischen Ergebnissen führen würde. Darauf hatte schon Oberbach [1] hingewiesen und aufgrund eigener Versuchsergebnisse aufgezeigt, dass die Wärmespannungen beim Erwärmen und beim Abkühlen im gleichen Temperaturintervall unterschiedlich verlaufen und verschieden groß sind (Bild 1). Diese Erkenntnisse gelten bis heute als Stand der Technik [2, 3].

Für die Berechnung von Wärmespannungen in Kunststoffen wurden deshalb bisher lediglich Näherungsmodelle vorgestellt [4–7], die sich in der Praxis nicht

etablieren konnten. Ein unlängst publizierter Ansatz berücksichtigt auf relativ einfache Weise sowohl das viskoelastische Verhalten als auch die Temperaturabhängigkeit der Werkstoffkennwerte [8]. Das Rechenmodell arbeitet mit verschiedenen physikalischen Werkstoffkennwerten aus Datenbanken oder Fachbüchern und setzt damit die Verfügbarkeit dieser Größen voraus. Angesichts der vielen Dokumentationslücken, leider auch in der Datenbank Campus [9], besteht ein Interesse an Berechnungsmöglichkeiten, die mit noch weniger Werkstoffdaten auskommen.

Ziel: Formel mit akzeptabler Genauigkeit

Vor diesem Hintergrund wurde versucht, eine Näherungsformel zu entwickeln, mit der die Wärmespannungen von Thermoplasten bei äußerlich verhinderter Wärmedehnung mit einfachen Rechenhilfsmitteln und trotzdem akzeptabler Genauigkeit innerhalb eines hinreichend großen Temperaturintervalls abgeschätzt werden können. Insbesondere sollte dies mit einem Minimum an Werkstoffkennwerten möglich sein, die zudem verbreit-

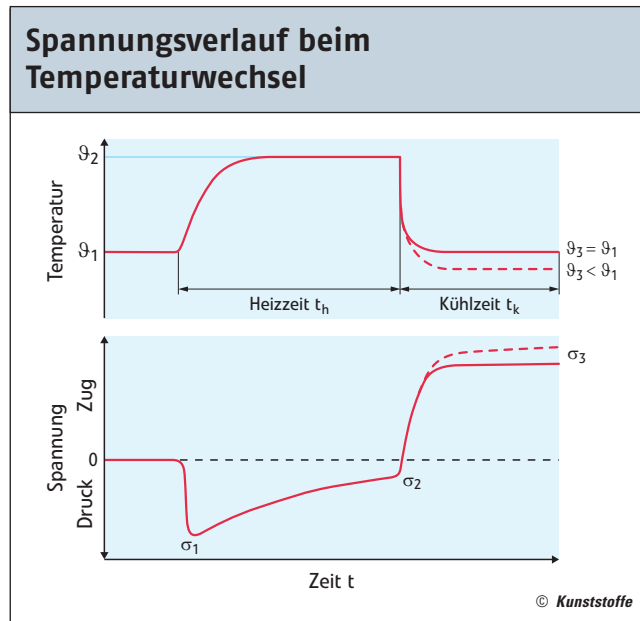


Bild 1. Schematischer Verlauf von Temperatur und Spannung beim Temperatur-Wechseltest [1]

den durch unterschiedliche Temperaturen innerhalb des Querschnitts verursacht, insbesondere beim schnellen Erwärmen oder Abkühlen. Durch diese innere Behinderung entstehen ein- oder mehrachsige Spannungszustände, die analytisch nicht einfach erfassbar sind, insbesondere bei viskoelastischem Ver-

formungsverhalten. Das gelingt allenfalls mit komplexeren Berechnungsmethoden, wie beispielsweise der FEM bei Verwendung eines geeigneten Werkstoffgesetzes.

Bei der hier gestellten Aufgabe steht das Bauteil nicht unter einer konstanten Temperatur, sondern erfährt je nach den Wärmeübergangsbedingungen eine mehr oder weniger schnelle Temperaturänderung (Bild 2). Die sich einstellenden Wärmespannungen nehmen sowohl beim Erwärmen als auch beim Abkühlen mit steigender Temperaturänderung pro Zeiteinheit betragsmäßig zu. Die wohl extremsten Verhältnisse liegen bei sehr schneller Temperaturänderung vor, vorzugsweise bei schockartiger Kontakterwärmung mittels eines Mediums, das einen schnellen Wärmeübergang ermöglicht, wie etwa Wasser. Für die Praxis interessieren in erster Linie die maximalen Wärmespannungen; damit zielt die anvisierte Lösung auf die Höchstwerte der zeitlichen Wärmespannungs-

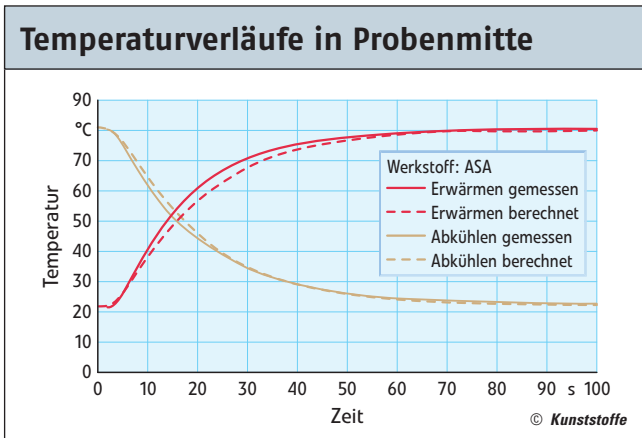


Bild 2. Vergleich der gemessenen mit den berechneten Temperaturverläufen in Probenmitte bei ASA (Typ: Luran S 757 R, Hersteller: BASF) [8]

tet verfügbar sein müssten, in erster Linie also mit Ein-Punkt-Daten aus der Werkstoffdatenbank Campus [9].

Die Wärmespannungen bei äußerlich unterdrückter Verformung setzen sich prinzipiell aus zwei Anteilen zusammen: aus ihrem Mittelwert über den ganzen Proben- bzw. Bauteilquerschnitt und den lokalen Abweichungen davon. Der Mittelwert ist der Quotient der sich unter äußerer Verformungsbehinderung aufbauenden Kraft und der Querschnittsfläche. Ihm lässt sich eine bestimmte Temperatur zuordnen. Die lokalen Spannungsabweichungen, die sich über den Querschnitt insgesamt ausgleichen, wer-

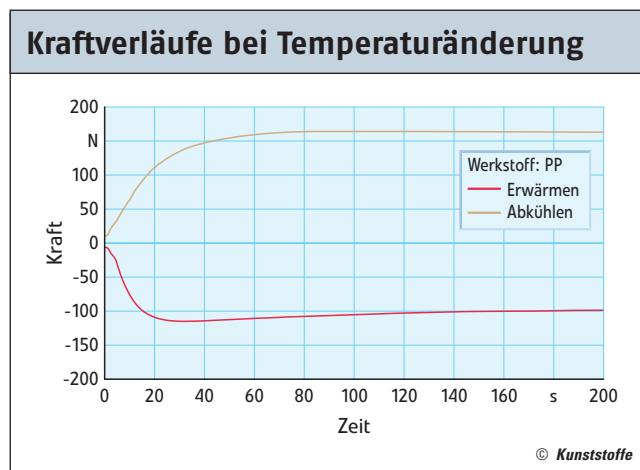


Bild 3. Gemessene Kraftverläufe beim Erwärmen und Abkühlen um einen Temperatursprung von 60°C am Beispiel von PP (Typ: BC 245 MO, Hersteller: Borealis) [10]

verläufe beim Erwärmen und beim Abkühlen (Bild 3). Da die lokalen Spannungswerte nicht elementar berechnet werden können, muss sie sich allerdings auf den erwähnten Mittelwert beschränken. Für diesen aber kann sie als obere Schranke für die in Wirklichkeit auftretenden Wärmespannungen betrachtet werden.

Experimentelle Vergleichsdaten

Zum Nachweis der Brauchbarkeit der Resultate konnten bei diesem Vorhaben umfangreiche Messdaten aus früheren Untersuchungen hinzugezogen werden [8, 10]. Dabei wurden die Wärmespannungen mit einem eigens dafür entwickelten Versuchsaufbau experimentell ermittelt. Dieser besteht im Wesentlichen aus einem Messrahmen (Bild 4) mit Kraftmessdose für die Einspannung der Schulterstäbe, je einem Wasserbad für die Anfangs- und die Endtemperatur und einer Umwälzpumpe zur Gewährleistung eines Wärmeübergangs mit erzwungener Konvektion. Dank geeigneter Wahl von Geometrie und Werkstoffen wird der Messfehler infolge eigener Wärmedehnung des Messrahmens auf rund 1 % begrenzt. Gemessen wurde unter Beachtung der geltenden Normen im Temperaturbereich von 23°C (Raumtemperatur) bis 80°C mit Zwischenwerten bei 40°C und 60°C. Die so experimentell ermittelte Wärmespannung ist der Quotient der sich unter Verformungsbehinderung aufbauenden Kraft und der Querschnittsfläche, stellt also einen Mittelwert für den ganzen Probenquerschnitt dar.

Untersucht wurde eine Auswahl von verbreitet angewendeten, unverstärkten Standard- oder Konstruktionskunststof-

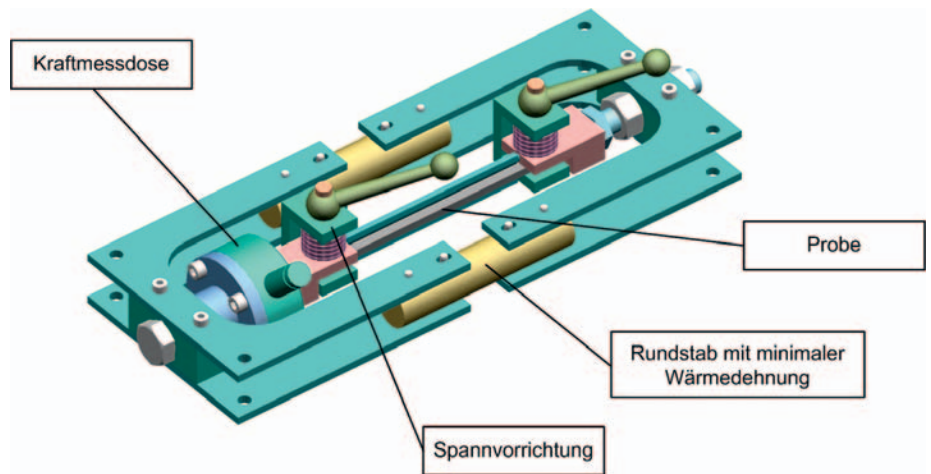


Bild 4. Messeinrichtung zur experimentellen Bestimmung der Wärmespannungen [10]

fen, nämlich je vier teilkristalline (PE-HD, PP, PBT, POM) und amorphe Thermoplaste (ABS, ASA, PC, SB) sowie zur Abklärung des Einflusses von Verstärkungsfasern ein PBT-GF30. An sich interessante Werkstoffe wie Polyamid 6 und Polyamid 66 wurden wegen ihrer starken Neigung zur Wasseraufnahme nicht in die Untersuchung einbezogen.

Lösungsansatz

Der Lösungsansatz geht von Beziehung (1) aus und benutzt bewusst die bei Raumtemperatur bestimmten Werte von Elastizitätsmodul E und linearer Wärmedehnzahl α , da sie in den Datenbanken fast lückenlos ausgewiesen sind. Weiter knüpft er an eine seit Langem bekannte Methode an, mit der die Zeit- und die Temperaturabhängigkeit der Werkstoffsteifigkeit näherungsweise durch je einen separaten Einflussfaktor ausgedrückt werden [11, 12]. Hier allerdings

wird versucht, beide Einflüsse in einem einzigen Faktor δ zusammenzufassen. Dies macht das Rechenmodell besonders einfach und rechtfertigt sich dadurch, dass die Höchstspannung unter dieser schockartigen Temperaturänderung je nach Werkstoff und Bauteildicke nach etwa ein bis drei Minuten erreicht wird (Bild 2). Damit ist dieser Einflussfaktor in erster Linie temperaturabhängig, die Zeitabhängigkeit ist von untergeordneter Bedeutung. Es bietet sich an, diese Temperaturabhängigkeit durch eine Potenzfunktion mit Basisgröße δ_0 und einem temperaturabhängigen Exponenten zu beschreiben, nachdem sich dies für den Kriechmodul als gut geeignet erwiesen hat [13].

Ergebnis: Einfache Abschätzformel

Diese Überlegungen führen zur Abschätzformel

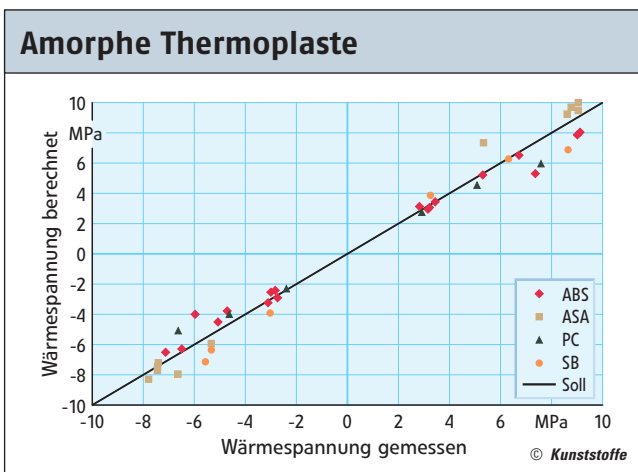


Bild 5. Amorphe Thermoplaste: Gegenüberstellung der berechneten und gemessenen Wärmespannungen mit $\delta_0 = 0,80$ für das Erwärmen und $\delta_0 = 0,88$ für das Abkühlen [10]

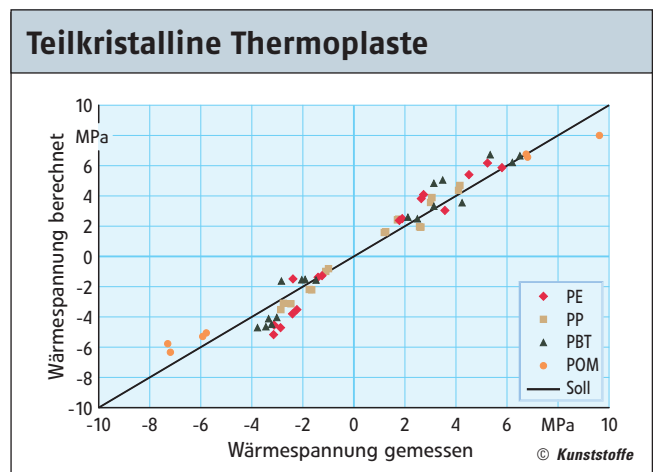


Bild 6. Teilkristalline Thermoplaste: Gegenüberstellung der berechneten und gemessenen Wärmespannungen mit $\delta_0 = 0,61$ für das Erwärmen und $\delta_0 = 0,71$ für das Abkühlen [10]

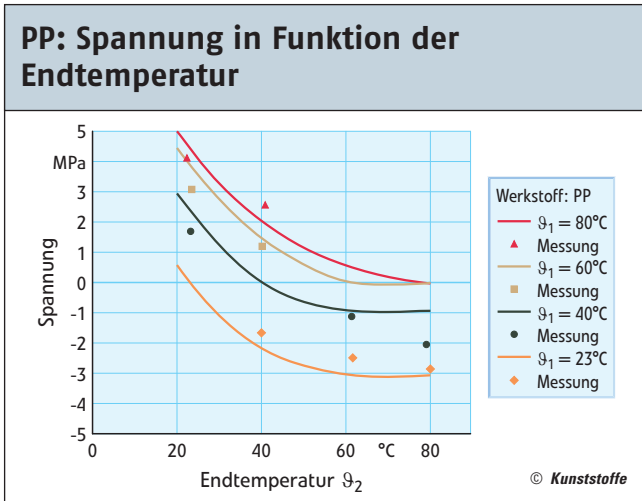


Bild 7. Vergleich der gemessenen und berechneten Wärmespannungen in Funktion der Endtemperatur am Beispiel von PP (Typ: BC 245 MO, Hersteller: Borealis) [10]

große Klammerausdruck stets positiv sein muss. Dies hat zur Folge, dass für die Basisgröße δ_0 beim Erwärmen eine untere Grenze besteht, die noch von der Anfangstemperatur ϑ_1 und der Bezugstemperatur ϑ_R abhängt. Diese Grenze liegt für $\vartheta_R = 23^\circ\text{C}$ bei $\delta_0 = 0,66$. Von den hier ermittelten Werten (Tabelle 1) liegt einzig die Gruppe der teilkristallinen Thermoplaste mit $\delta_0 = 0,61$ im kritischen Bereich, was sich aber nur beim Erwärmen ab $\vartheta_1 \geq 60^\circ\text{C}$ negativ auswirkt (Bild 7) – eine Situation, die eher selten auftreten dürfte. Die übrigen Werte sind dagegen unproblematisch.

Fazit

Die hier vorgestellte Beziehung (3) ermöglicht es, die Wärmespannungen an Bauteilen aus unverstärkten Thermoplasten bei Erwärmung bzw. Abkühlung im Temperaturbereich $20^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 80^\circ\text{C}$ in guter Übereinstimmung mit Messwerten abzuschätzen (Bilder 7 und 8). Benötigt werden hierfür lediglich der Elastizitätsmodul E und die lineare Wärmedehnzahl α als bei Raumtemperatur gemessene Campus-Ein-Punkt-Kennwerte sowie eine empirisch bestimmte, werkstoffcharakteristische Basisgröße δ_0 des Einflussfaktors δ . Wie gut damit die Wärmespannungen außerhalb des untersuchten Bereichs von 20°C bis 80°C berechenbar wären, bleibt offen. Generell war zu beobachten, dass bei Annäherung an die Formbeständigkeitstemperatur HDT/A die Übereinstimmung zwischen Berechnung und Messung merklich abnimmt.

$$\sigma_\vartheta \approx -E \cdot \alpha \cdot \delta \cdot \Delta\vartheta$$

$$= -E \cdot \alpha \cdot \delta_0 \left(\frac{\vartheta}{\vartheta_R} - 1\right) \cdot (\vartheta - \vartheta_R) \quad (2)$$

für die Wärmespannung bei der Änderung von der Bezugstemperatur ϑ_R zur beliebigen Temperatur ϑ . Ändert sich die Temperatur vom Anfangswert ϑ_1 auf die Endtemperatur ϑ_2 , so ergibt sich mit Benutzung des Boltzmannschen Superpositionsprinzips [14] die Wärmespannung zu

$$\sigma_\vartheta \approx \sigma_{\vartheta_2} - \sigma_{\vartheta_1}$$

$$\approx -E \cdot \alpha \cdot \left[\delta_0 \left(\frac{\vartheta_2}{\vartheta_R} - 1\right) \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_R) - \delta_0 \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_R} - 1\right) \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_R) \right] \quad (3)$$

primär auf die Temperaturänderungsgeschwindigkeit aus, ihr Einfluss auf die Höchstwerte der Wärmespannungen bleibt indessen mit rund $\pm 10\%$ im Unschärfbereich der Näherung und kann daher in der Beziehung (3) unberücksichtigt bleiben [10].

Analoges zeigt sich beim Einfluss der Verstärkungsfasern. Dies erklärt sich dadurch, dass sie die Wärmedehnzahl reduzieren und gleichzeitig den Elastizitätsmodul erhöhen. Somit können die gefundenen Werte von δ_0 auch für faserverstärkte Thermoplaste zumindest als obere Schranke gelten, womit die Abschätzung auf die sichere Seite führt.

Eine gewisse Einschränkung der Gültigkeit von (3) ergibt sich aus der Forderung, dass beim Erwärmen stets Druckspannungen resultieren, die mathematisch negativ gerechnet werden, sodass der

Zur Anwendung dieser Beziehung in der Praxis wird außer den Werkstoffkennwerten E und α einzig noch die Basisgröße δ_0 benötigt, die vom Werkstoff und allenfalls noch von der Bauteildicke d abhängt.

Bei der Bestimmung der Basisgröße δ_0 aus den Versuchsergebnissen mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate zeigten sich charakteristische Größen für die beiden untersuchten Werkstoffgruppen der amorphen und der teilkristallinen Thermoplaste und zugleich signifikante Unterschiede für das Erwärmen und das Abkühlen (Tabelle 1) im betrachteten Temperaturbereich $20^\circ\text{C} \leq \vartheta \leq 80^\circ\text{C}$. Der Gegenüberstellung der gemessenen mit den berechneten Wärmespannungen für die Temperatursprünge $20/40^\circ\text{C}$, $20/60^\circ\text{C}$, $20/80^\circ\text{C}$, $40/60^\circ\text{C}$ und $40/80^\circ\text{C}$ bzw. umgekehrt kann eine recht gute Übereinstimmung entnommen werden (Bilder 5 und 6). Die Bauteildicke wirkt sich

Werkstoffgruppe	Zahlenfaktor δ_0	
	Erwärmen	Abkühlen
Amorphe Thermoplaste	0,80	0,88
Teilkristalline Thermoplaste	0,61	0,71

Tabelle 1. Basisgröße δ_0 des temperaturabhängigen Einflussfaktors für das Erwärmen bzw. Abkühlen amorpher und teilkristalliner Thermoplaste (Bezugstemperatur $\vartheta_R = 23^\circ\text{C}$)

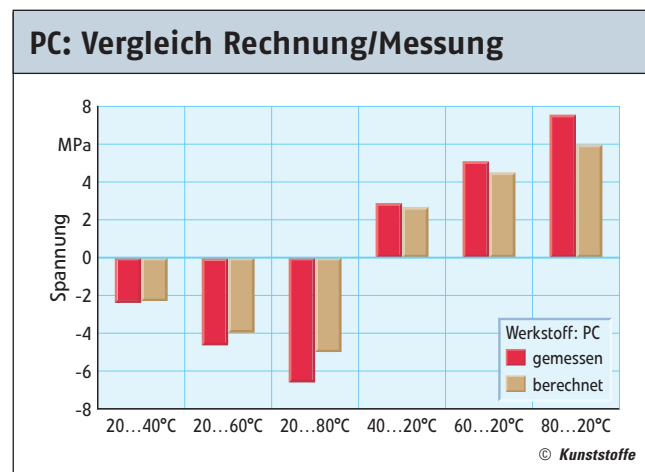


Bild 8. Tauglichkeit der Abschätzmethode: Gemessene und berechnete Wärmespannungen bei PC (Typ: Makrolon 2805, Hersteller: Bayer) im Vergleich [10]

Es liegt im Charakter dieser Abschätzmethode, dass die Basisgröße δ_0 des Einflussfaktors nicht für jeden Werkstoff separat bestimmt worden ist, sondern für je eine Gruppe von amorphen und teilkristallinen Thermoplasten. Dies ermöglicht die rasche und realitätsnahe Abschätzung der Wärmespannungen. Genauere Berechnungen würden entsprechend detailliertere und spezifisch gemessene Werkstoffkennwerten bzw. -funktionen erfordern.

Die so bestimmte Wärmespannung bei Kontakterwärmung der Kunststoffproben in Wasser mit erzwungener Konvektion kann als obere Schranke gelten. Der Wärmeübergang bei freier Konvektion wie auch bei Luft als Kontaktmedium des Kunststoffs erfolgt wesentlich langsamer, und damit fallen die Wärmespannungen infolge stärkerer Auswirkung der Relaxation geringer aus. Die aufgrund unterschiedlicher Temperaturen durch gegenseitige Behinderung innerhalb des Querschnitts entstehenden ein- oder mehrachsigen Spannungszustände lassen sich mit der Abschätzformel (3) nicht direkt erfassen. Bei Kenntnis der lokalen Temperaturdifferenzen gegenüber dem momentanen Mittelwert ließen sie sich allenfalls mit Anwendung des Boltzmannschen Superpositionsprinzips [14] abschätzen.

Alles in allem kann angesichts der erzielten Resultate gefolgert werden, dass die hier vorgestellte Formel trotz der erwähnten Einschränkungen zur realistischen Abschätzung von Wärmespannungen in thermoplastischen Kunststoffen geeignet ist. ■

DANK

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts „Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen“. Für dessen Förderung danken die Verfasser dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil und der Gebert Rüt Stiftung, Basel. Der Geberit Produktions AG, Jona, sei für die Bereitstellung der Probekörper gedankt.

LITERATUR

- 1 Oberbach, K.: Wärmespannungen bei Kunststoffen. *Kunststoffe* 63 (1973) 11, S. 798–802
- 2 N.N.: Wärmespannungen bei Kunststoffen. ATI 44 – Anwendungstechnische Information der Bayer AG, Leverkusen 1991
- 3 Ehrenstein, G. W.: Mit Kunststoffen konstruieren. 2. Aufl., Carl Hanser Verlag, München 2001
- 4 Linhardt, F.: Relaxation von Wärmespannungen in Ziegler-Polyäthylen. *Kunststoffe* 51 (1961) 6, S. 310–312
- 5 Ehrbar, J.: Axiale Wärmespannungen starr montierter Thermoplast-Rohrleitungen. *Schweiz. Verkehrs- und Industrierevue* (1963) 2, S. 37–42
- 6 Menges, G.; Roberg, P.: Auflageabstände von waagrecht verlegten Rohrleitungen, Teil 5. *Kunststoff-Berater* (1969) 9, S. 716–720
- 7 Schreyer, G. (Hrsg.): Konstruieren mit Kunststoffen, Carl Hanser Verlag, München 1972, S. 244–246
- 8 Kunz, J.; Furrer, F.: Bauteil-Wärmespannungen realistisch berechnen. *SwissPlastics* 54 (2007) 4, S. 25–28
- 9 Campus 5.1 Werkstoffdatenbank. CWFG GmbH, Frankfurt/Main
- 10 Kunz, J.; Furrer, F.; Studer, M.; De Maria, E.: Forschungsthema Wärmespannungen in Kunststoffen. Diverse interne, unveröffentlichte Dokumente. HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 1999–2007
- 11 Menges, G.: Abschätzen der Tragfähigkeit mässig beanspruchter Kunststoff-Formteile. *Kunststoffe* 57 (1967) 6, S. 476–484
- 12 Tanner, F.: Näherungsweise Bestimmung des zeit- und temperaturabhängigen Kriechmoduls von Kunststoffen aus CAMPUS-Ein-Punkt-Daten. Diplomarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2001
- 13 Kunz, J.: Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls erfassen. *Swiss-Plastics* 54 (2007) 3, S. 25–28
- 14 Menges, G.; Haberstroh, E.; Michaeli, W.; Schmachtenberg, E.: *Werkstoffkunde Kunststoffe*, 5. Aufl. Carl Hanser Verlag München, 2002

DIE AUTOREN

PROF. DIPL.-ING. JOHANNES KUNZ, geb. 1940, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil/Schweiz; jkunz@hsr.ch

DIPL.-ING. MARIO STUDER, geb. 1980, ETH Zürich, vormals wissenschaftlicher Mitarbeiter am IWK.

SUMMARY KUNSTSTOFFE INTERNATIONAL

Estimation of Thermal Stresses with One-Point Data

PART DESIGN. *By means of a new method of estimation thermal stresses in unreinforced thermoplastic parts on heating and cooling can be calculated simply and in good agreement with measured values. The method requires only the modulus of elasticity and the coefficient of linear thermal expansion from databases and an empirically determined influencing factor as a measure of the effect of temperature and material characteristics.*

NOTE: You can read the complete article in our magazine

Kunststoffe international and on our website by entering the document number **PE104327** at www.kunststoffe-international.com