> Auslegung von Kunststoffkonstruktionen

Druckbelastungsgrenzen abschätzen

Bei der Dimensionierung von Bauteilen mit druckdominant beanspruchten Partien ist der Berechnungsingenieur auf verlässliche Angaben über das Verhalten der Werkstoffe unter Druckbelastung angewiesen. Da solche Kennwerte in den Kunststoff-Datenbanken praktisch nicht vorkommen, wird in diesem Beitrag aufgezeigt, wie die Druckbelastungsgrenzen auf einfache Weise abgeschätzt werden können.

Johannes Kunz 1

Die Versagensphänomene von druckbeanspruchten Bauteilen sind sehr komplex. Je nach Werkstoff (Duktilität), Spannungszustand (Mehrachsigkeitsgrad) und Bauteilgeometrie können sich Mikroschädigungen, Verstreckungen, Bruch in verschiedenen Formen oder Instabilitäten einstellen. Spröde Werkstoffe können sich plastisch verformbar verhalten, wenn sie allseitigem Druck ausgesetzt werden [1]. Diese Komplexität stellt den Auslegungsingenieur vor nicht geringe Probleme bei der Festlegung der relevanten Versagensart und Werkstoffkennwerte. Die nachfolgenden, auf theoretischen Erkenntnissen und praktischen Erfahrungen beruhenden Überlegungen führen zu einem einfachen Instrument, das erlaubt, die Druckversagensgrössen abzuschätzen.

Belastungsbegrenzung bei Druckbeanspruchung

Bei einachsiger Beanspruchung ist die Unterscheidung zwischen Zug und Druck einfach. Ist der Spannungszustand aber mehrachsig, können die Hauptspannungen σ_1 bis σ_3 unterschiedlich wirken. Zugspannungen werden mit positivem, Druckspannungen mit negativem Vorzeichen gerechnet. Druckdominanz der Beanspruchung an der kritischen Bauteilpartie zeigt sich dann in einem negativen Wert des Mehrachsigkeitsgrades

$$M = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{|\sigma|_{max}} \tag{1}$$

¹ Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.



Bild 1: Dreiachsiger Spannungszustand mit Druckdominanz: Hauptspannungen und Spannungskreis mit der Festlegung $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$

(3)

in seiner «natürlichen» Definition [2] und unter Anwendung der Konvention $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$ (Bild 1).

Auch bei druckdominanter Beanspruchung ist zur Vermeidung eines Bauteilversagens die Festigkeitsbedingung

$$\sigma_{V,max} \le \sigma_{zul} = \sigma_G \cdot \frac{C}{S} \tag{2}$$

zu erfüllen: Der Höchstwert der einachsigen Vergleichsspannung $\sigma_{v,max}$ darf die zulässige Spannung σ_{zul} nicht überschreiten. Diese ist durch den passenden Spannungs-Grenzwert σ_{G_i} einen Gesamt-Einflussfaktor *C* und einen angemessenen Sicherheitsfaktor *S* definiert [3]. Zu beachten ist, dass in der Bedingung (2) alle Spannungsgrössen mit ihren Beträgen, also ohne negative Vorzeichen, einzusetzen sind. Wird die Auslegung – wie bei Kunststoffen empfohlen – dehnungsbezogen durchgeführt [4], so gilt mit der Dehnung ε anstelle der Spannung σ die analog zu (2) formulierte Verformungsbedingung

$$\varepsilon_{V,max} \leq \varepsilon_{zul} = \varepsilon_G \cdot \frac{C}{S}$$

Als Spannungs-Grenzwert σ_G ist der dem Versagenskriterium Verstreckung oder Bruch entsprechende σ_{cY} bzw. σ_{cB} (Index c: Compression) aus dem Druckversuch [5] einzusetzen. Nun fristen leider die Druckeigenschaften neben den Zugfestigkeitswerten [6] in der Werkstoffprüfung und damit auch in den gängigen Datenbanken ein Mauerblümchen-Dasein. Der Grundwertekatalog von Campus [7] und



Bild 2: Zug-Druck-Symmetrie des Spannungs-Dehnungsverhaltens Material Data Center [8] beispielsweise enthalten keine Druckfestigkeitswerte, und in MatWeb [9] werden für nicht einmal 1 % der Polymerwerkstoffe Druck-Streckspannungen angegeben.

In der Auslegungspraxis wird häufig, speziell bei der Lösung von Biegeproblemen, unreflektiert von der Zug/Druck-Symmetrie

$$\sigma(\varepsilon) = -\sigma(-\varepsilon) \tag{4}$$

des Spannungs-Dehnungsverhaltens ausgegangen (Bild 2). Für den Elastizitätsmodul und den Kriechmodul als Kenngrössen der Werkstoffsteifigkeit führt die Annahme einer Punktsymmetrie zu brauchbaren Ergebnissen, zumindest bei nicht allzu grossen Dehnungen. Bezüglich der Versagensmechanik der Kunststoffe ist dieses Vorgehen aber nicht angemessen.

Versagen unter Druckbeanspruchung

Die nachfolgenden Überlegungen basieren auf der Erkenntnis, dass die Festigkeitseigenschaften eines Werkstoffs von den Bindekräften zwischen den Atomen bzw. Molekülen bestimmt werden, aus denen der Werkstoff aufgebaut ist, und deren struktureller Anordnung im Werkstoff, wie z.B. amorphe oder kristalline Ordnung [10, 11]. Diese Bindekräfte hängen von den Abständen zwischen den genannten Mikrostrukturen ab, sind also wegabhängig. Wenn unter äusserer Belastung bzw. aufgezwungener Verformung diese Abstände zunehmen, werden die Bindekräfte reduziert bis zum Versagen, vorerst im Mikround bei weiterer Laststeigerung im Makrobereich. D.h. es kommt zunächst zu Rissbildung, bei duktilem Verhalten zu Verstreckungen und schliesslich zum Bruch. Das Versagen des Werkstoffs und damit des Bauteils hängt also primär mit den Verformungen zusammen und weniger mit den Spannungen [12].

Wendet man diese Gesetzmässigkeiten auf die Verformungen unter Zug- und unter Druckbelastung an (Bild 3), so erkennt man, dass beim Versagen unter Druck die Verformung in Belastungsrichtung in etwa um den Kehrwert der Poisson- oder Querkontraktionszahl μ [13] grösser ist als beim Versagen unter Zug. Sie wird nach der Norm als Stauchung bezeichnet [5] und



Bild 3: Verformungen unter einachsigem Zug bzw. einachsigem Druck

als positive Grösse betrachtet. Damit stehen die Dehnungs-Grenzwerte ε_{cG} unter Druck und ε_{G} unter Zug zueinander in der Beziehung

$$\varepsilon_{cG} \approx \frac{1}{\mu} \cdot \varepsilon_G \tag{5}$$

Unter der Annahme, die Spannungs-Dehnungskurven seien im Zug- und im Druckbereich zueinander geometrisch ähnlich, lässt sich (5) auf die entsprechenden Spannungs-Grenzwerte σ_G bzw. σ_{cG} übertragen:

$$\sigma_{cG} \approx \frac{1}{\mu} \cdot \sigma_G \tag{6}$$

Mit diesem Denkmodell können fehlende Druck-Grenzwerte mit der Poissonzahl μ anhand der Zug-Grenzwerte zumindest in der Grössenordnung abgeschätzt werden. Bei Kunststoffen mit $0,35 \le \mu \le 0,5$ bedeutet dies, dass die Druckgrenzwerte gut und gern das Zwei- bis Dreifache der Zug-Grenzwerte betragen können.

Mikroschädigung

Wie vorstehend beschrieben, verhält es sich mit den Mikroschädigungen wie Crazes, Mikrorissen und überdehnten Partikelgrenzen, welche die Reversibilität der Verformungen limitieren und daher eine wichtige Versagensart mechanisch beanspruchter Kunststoffe darstellen [14]. Diese Schädigungszonen sind stets senkrecht zur grössten positiven Dehnung ausgerichtet. Unter Zug verlaufen sie also quer zur Zugrichtung, unter Druck parallel zur Richtung der betragsmässig grössten Druckspannung (Bild 3). Bei mehrachsigen Spannungszuständen gilt mit der Grösstdehnungshypothese [15] die grösste positive Dehnung als Vergleichsdehnung ε_{Vmax} . Sie ist in der Verformungsbedingung (3) dem entsprechenden Dehnungs-Grenzwert ε_G für beginnende Schädigung im Mikrobereich gegenüberzustellen, der in der Literatur als Fliessgrenzdehnung oder auch als kritische Dehnung $\varepsilon_{F\infty}$ bezeichnet wird. Es handelt sich um den asymptotischen Grenzwert der Mikroschädigungs-Dehnwerte für unterschiedliche Belastungszeiten. Er weist für die verschiedenen Kunststoffgruppen wie amorphe und teilkristalline Thermoplaste charakteristische Grössenordnungen von 0,8 % bzw. 2,0 % auf [16]. Dieses Vorgehen wird bei Kunststoffen seit langem mit Erfolg praktiziert [4, 16, 17]. Formelmässig drückt sich dies bei Beachtung der Konvention $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ aus durch

$$\varepsilon_{Vmax} = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \le \varepsilon_{zul} = \varepsilon_G \cdot \frac{C}{S}$$
(7)

Unter einachsigem Druck mit $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\sigma_3 < 0$ ergibt sich

$$v_{max} = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\mu \cdot \varepsilon_3 \le \varepsilon_{zul} = \varepsilon_G \cdot \frac{\varepsilon}{S}$$
(8)

was der Gesetzmässigkeit (5) entspricht.

Verstreckung

Verstreckung bezeichnet das Eintreten bleibender Verformungen in makroskopischen Bereichen von Kunststoffen mit zähem bzw. duktilem Verhalten, unter Zug-

 \sim



Bild 4: Charakteristische Druckspannungs-Stauchungskurven von Kunststoffen (schematisch). M: Mikroschädigung, Y: Verstreckung, B: Bruch

belastung verbunden mit merklicher Querschnittsabnahme, der sog. Einschnürung. Solche Erscheinungen, die im Zugversuch [6] wie im Druckversuch [5] oberhalb der Streckgrenze Y auftreten (Bild 4), sind bei den meisten Bauteilen unerwünscht und werden daher als Versagenskriterium betrachtet. Definiert ist die Streckgrenze als der erste Punkt im Spannungs-Dehnungsdiagramm, bei der die Dehnung ohne Anstieg der technischen Spannung zunimmt. Zugehörige Werkstoff-Kennwerte sind die Druck-Streckspannung σ_{cY} und die Druck-Streckdehnung ε_{cY} . Unter Druckbelastung erfolgt die Verstreckung in Richtung der unter Beanspruchung zunehmend ausgerichteten Molekülketten, also guer zur höchsten Druckspannung. Damit erscheint es nahe-

liegend, für die Abschätzung der in DIN EN ISO 604 [5] als Druckfliessspannung bezeichneten Druck-Streckspannung bei einachsiger Druckbeanspruchung die Gesetzmässigkeit (5) bzw. (6) anzuwenden. Die Erfahrung zeigt jedoch, dass das Verhältnis k_Y der Streckspannungen unter Druck und unter Zug nicht derart gross ausfällt, sondern sich in der Grössenordnung von 1,0 bis 1,3 bewegt (Tabelle 1). Dies kann in den Beziehungen

$$\sigma_{cY} \approx k_Y \cdot \sigma_Y \tag{9}$$
 und

 $\varepsilon_{cY} \approx k_Y \cdot \varepsilon_Y \tag{10}$

für die Abschätzung von Druck-Streckspannung und Druck-Streckdehnung genutzt werden.

Bruchversagen

Bruch, insbesondere bei sprödem Werkstoffverhalten, ist die ultimative Versagensart. Während dieses Phänomen unter einachsiger Zugbelastung mehr oder weniger klar erfassbar ist, erweist sich dies bei mehrachsigen Spannungszuständen und insbesondere unter Druckbeanspruchung als sehr komplexe Angelegenheit. So werden ganz unterschiedliche Bruchformen beobachtet wie z. B. Spalt-, Splitter- oder Gleitbruch (Bild 5), die rechnerisch kaum gegeneinander abgrenzbar sind.

Entsprechend unterschiedlich erweist sich auch das Verhältnis k_B der Druck- zur Zug-Bruchfestigkeit. Bei Werkstoffen mit ausgesprochen sprödem Verhalten und Neigung zu Trennbruch wie Polystyrol PS oder ungesättigtes Polyesterharz UP stimmt es in etwa mit dem Kehrwert der Poissonzahl μ überein. Auch andere spröde Werkstoffe, deren Daten bekannt sind, nämlich Gusseisen mit Lamellengraphit, Beton niedriger Festigkeitsklasse und Keramik (flüssigphasengesintertes Siliciumcarbid), bestätigen diese Aussage (Tabelle 1) und damit die Gesetzmässigkeit (6).

Bei anderen Kunststoffen liegt das Verhältnis k_B deutlich tiefer, nämlich etwa im Bereich von 1,2 bis 1,9 (Tabelle 2). Diese Tatsache scheint auf ein Druckversagen

Werkstoff	σ_B [N/mm ²]	σ_{cB} [N/mm ²]	σ_B/σ_{cB}	μ_{real}
Polystyrol PS	25,5	102	0,25	0,32
Polyesterharz UP	44	131	0,33	0,34
Gusseisen GG 15	150 250	600	0,25 0,42	0,26
Gusseisen GG 25	250 350	840	0,30 0,42	0,26
Beton C 20/25	2,2	20	0,11	0,15 0,25
Keramik LPSiC	500	3000	0,17	0,19

Tabelle 1: Zusammenhang zwischen den Bruchspannungen unter Zug und Druck von Kunststoffen und anderen Werkstoffen mit sprödem Verhalten und der Poissonzahl μ [19 – 24]

Werkstoff	Faktor k _y Verstreckung	Faktor k _B Bruch
PS	1,3	4,0
PVC-P	1,3	
PVC-U	1,3	
PMMA	1,0	1,9
PC	1,2	
CA		1,2
ABS	1,0	
PE	1,3	
PP	1,3	
PA	1,0	
EP		1,5
UP		3,0

Tabelle 2: Zug/Druck-Verhältnisse k_Y der Streckspannungen und k_B der Bruchfestigkeiten (Auszug aus [19])

durch Gleitbruch hinzudeuten. Die Druck-Bruchfestigkeit und die Druck-Bruchdehnung können demnach analog zu (9) und (10) anhand von

$$\sigma_{cB} \approx k_B \cdot \sigma_B \tag{11}$$
 und

$$\varepsilon_{cB} \approx k_B \cdot \varepsilon_B$$
 (12)

abgeschätzt werden. Nicht berücksichtigt ist dabei die Möglichkeit, dass die Verhältniszahl k_B eine gewisse Abhängigkeit von der Bauteilgeometrie zeigen dürfte.

Die Anwendung von (11) und (12) auf die Druck-Bruchversagensgrenzen auch bei Langzeitbelastung kann wohl als akzeptabel gelten, solange genauere Angaben fehlen. Findet man in Datenbanken oder -blättern Druckfestigkeiten, was leider selten genug der Fall ist, muss man genauer hinsehen. Ist deren Zahlenwert kleiner als die Zugfestigkeit, handelt es sich mit Sicherheit nicht um die Druckfestigkeit, sondern um die Druckspannung bei einem vorgegebenen Stauchungswert, z.B. 1%, 2% usw., welcher eigentlich als Parameter ausgewiesen werden müsste. Dieser Kennwert sagt mehr aus über die Steifigkeit des Werkstoffs als über die Festigkeit.

Versagen durch Instabilität

Druckbeanspruchte Bauteile können bei ausreichend schlanker Geometrie auch dadurch versagen, dass das Kräftegleichgewicht instabil wird und sie dabei der Belastung ausweichen. Bekannte Erscheinungen dieser Art sind das Knicken schlanker Stäbe, das Beulen von Schalen oder

KUNSTSTOFFXTRA



Bild 5: Typische Bruchformen unter Druckbelastung. a: Spaltbruch/Trennbruch unter Druck, Delamination), b: Splitterbruch, c: Gleitbruch



Bild 6: Eulersche Knickfälle mit Schlankheitsgrad λ in Funktion von Stablänge l und Stabquerschnitt (Fläche A und achsiales Flächenträgheitsmoment I) [18]

Platten u.a.m. Die Aufgabe bei der Auslegung besteht dann darin, nebst dem werkstoffmechanischen Versagen auch diese strukturmechanische Versagensform auszuschliessen. Dabei ist zu beachten, dass die Sicherheit S_K gegen Instabilität wegen der zumeist ernsten Konsequenzen eines solchen Versagens in der Regel entsprechend höher anzusetzen ist.

Für das Knicken von Stäben gilt beispielsweise die Stabilitätsbedingung

$$|\sigma_3| \le \sigma_{Kzul} = \sigma_K \cdot \frac{C_K}{S_K} = E \cdot \frac{\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{C_K}{S_K}$$
(13)

mit σ_{κ} als Knickspannung nach der Eulerschen Theorie und ihrem hyperbolischen Zusammenhang mit dem Schlankheitsgrad λ als massgebende geometrische Eigenschaft des vorliegenden Knickfalls (Bild 6) [18].

Dehnungsbezogen ergibt sich mit Verwendung des Hookeschen Gesetzes

$$|\varepsilon_3| \leq \varepsilon_{Kzul} = \varepsilon_K \cdot \frac{C_K}{S_K} = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{C_K}{S_K}$$
 (14)

Die Abgrenzung des Knickversagens vom werkstofflichen Versagen durch Mikroschädigung, Verstreckung oder Bruch lässt sich leicht anhand des Schnittpunktes zwischen der Euler-Hyperbel und der werkstoffmechanischen Grenzlinie mit σ_{zul} gemäss (2) bzw. ε_{zul} nach (3) darstellen (Bild 7). Der zugehörige kritische Schlankheitsgrad beträgt

$$\lambda_K = \pi \cdot \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_{zul}} \cdot \frac{C_K}{S_K}}$$
(15)

Bei $\lambda < \lambda_k$ ist mit werkstofflichem Versagen zu rechnen, bei $\lambda \ge \lambda_k$ mit Versagen durch Instabilität.

Schlussbetrachtung

Die hier präsentierten Beziehungen zur Bestimmung der Belastungsgrenzen bei Druckbeanspruchung erheben keinen Anspruch auf Genauigkeit. Sie beruhen auf Modellvorstellungen und wenigen Messdaten aus der Literatur und sind dementsprechend mit mehr oder weniger grossen Unschärfen behaftet. Sie geben aber dem Auslegungsingenieur ein einfaches Mittel in die Hand, die in den Datenbanken fehlenden Druck-Werkstoffkennwerte durch Näherungswerte realistischer Grössenordnung zu ersetzen. Eine Aussage über die Abhängigkeit von Temperatur und anderen Einflüssen kann nicht gemacht werden. Bei anspruchsvollen Problemstellungen und kritischen Anwendungen empfiehlt es sich jedenfalls, die Kennwerte unter beanspruchungsanalogen Bedingungen experimentell zu ermitteln.

Literatur

 v. Kàrmàn. Th.: Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck. VDI-Z. 55(1911)42, S. 1749–1757
 Kunz, J.: Spannungszustand und Werkstoffverhalten. KunststoffXtra 8(2018)4, S. 14–18
 Kunz, J.: Kunststoffe: Prinzipien der Festigkeitsrechnung. Schweiz. Techn. Zeitschrift 73(1976)33/34, S. 801–805

[4] Kunz, J.: Ein Plädoyer für die dehnungsbezogene Auslegung. Kunststoffe 101(2011)4, S. 50–54

[5] DIN EN ISO 604:2003: Kunststoffe – Bestimmung von Druckeigenschaften.

[6] DIN EN ISO 527-1:2012: Kunststoffe – Bestimmung der Zugeigenschaften – Teil 1: Allgemeine Grundsätze

[7] Campus Kunststoffdatenbank. CWFG mbH,Frankfurt am Main. (www.campusplastics.com)[8] Material Data Center – Werkstoffdaten. M-



Bild 7: Knicken: Abgrenzung zwischen werkstoff- und strukturmechanischem Versagen

KUNSTSTOFFXTRA

Praktischer kleine Mengen fördern

Base Engineering + Software GmbH, Aachen. (www.materialdatacenter.com) [9] MatWeb Material Property Data. MatWeb LLC, Blacksburg, VA (USA). (www.matweb.com)

[10] Ehrenstein, G. W.: Polymer-Werkstoffe. Struktur – Eigenschaften – Anwendung. 3. Aufl., Carl Hanser Verlag München 2011

[11] Michler, G. H.: Kunststoff-Mikromechanik. Morphologie, Deformationsund Bruchmechanismen. Carl Hanser Verlag München 1992

[12] Menges, G.: Erleichtertes Verständnis des Werkstoffverhaltens bei verformungsbezogener Betrachtungsweise. Fortschritts-Berichte der VDI-Zeitschriften, Reihe 5, Nr. 12. VDI-Verlag Düsseldorf 1971

[13] Kunz, J.: Die Querkontraktionszahl in der Konstruktionspraxis. KunststoffXtra 1(2011)6, S. 27–30

[14] Kunz, J.: Reversibilität als Auslegungskriterium. Kunststoffe 108(2018)2, S. 67–71

[15] Navier, C. L. M. H., Saint-Venant, A. J. C.: Résumé des Leçons données à l'Ecole des Ponts et Chaussées sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines. 3. Aufl., Paris 1864

[16] Menges, G., Taprogge, R.: Denken in Verformungen erleichtert das Dimensionieren von Kunststoffteilen. VDI-Z. 112(1970)6, S. 341–346 und 112(1970)10, S. 627–629.

[17] Kunz, J.: Einflüsse auf die Mikroschädigungs-Dehngrenzen. Kunststoffe 109(2019)10, S. 212-216

[18] Kunz, J.: Druckbelastungsgrenzen von Stäben geringer Schlankheitsgrade. Konstruktion 60(2008)4, S. 94–98

[19] Schneider, W.: Versagenskriterien für Kunststoffe unter mehrachsiger Kurzzeitbeanspru-chung. In: N.N.: Belastungsgrenzen von Kunststoff-Bauteilen. Reihe Ingenieurwissen. VDI-Verlag Düsseldorf 1975

[20] N.N: Eisenguss - Kennwerte nach DIN EN 1561. https://www.form-teile.ch/eisenguss.php; aufgerufen am 28.8.2019

[21] N.N: Beton. https://de.wikipedia.org/wiki/Beton; aufgerufen am 28.8.2019

[22] N.N: Werkstoffvergleich Keramik / Metall. https://www.fcti.de/de/ werkstoffdatenbank/index.php; aufgerufen am 28.8.2019

[23] Frank, U.: Die Querkontraktionszahl von Kunststoffen, dargestellt am Beispiel amorpher Thermoplaste. Diss. Universität Stuttgart 1994

[24] Ehrenstein, G. W.: Mit Kunststoffen Konstruieren. 3. Aufl., Carl Hanser Verlag München 2007, S. 21

Kontakt

IWK Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung an der HSR Oberseestrasse 10 CH-8640 Rapperswil +41 55 222 47 70 jkunz@hsr.ch www.iwk.hsr.ch



motan-colortronic ag info@motan-colortronic.ch - Tel. +41 62 889 29 29 www.motan-colortronic.com