

Johannes Kunz

# Laufrollen kontaktmechanisch auslegen

Bauteilauslegung



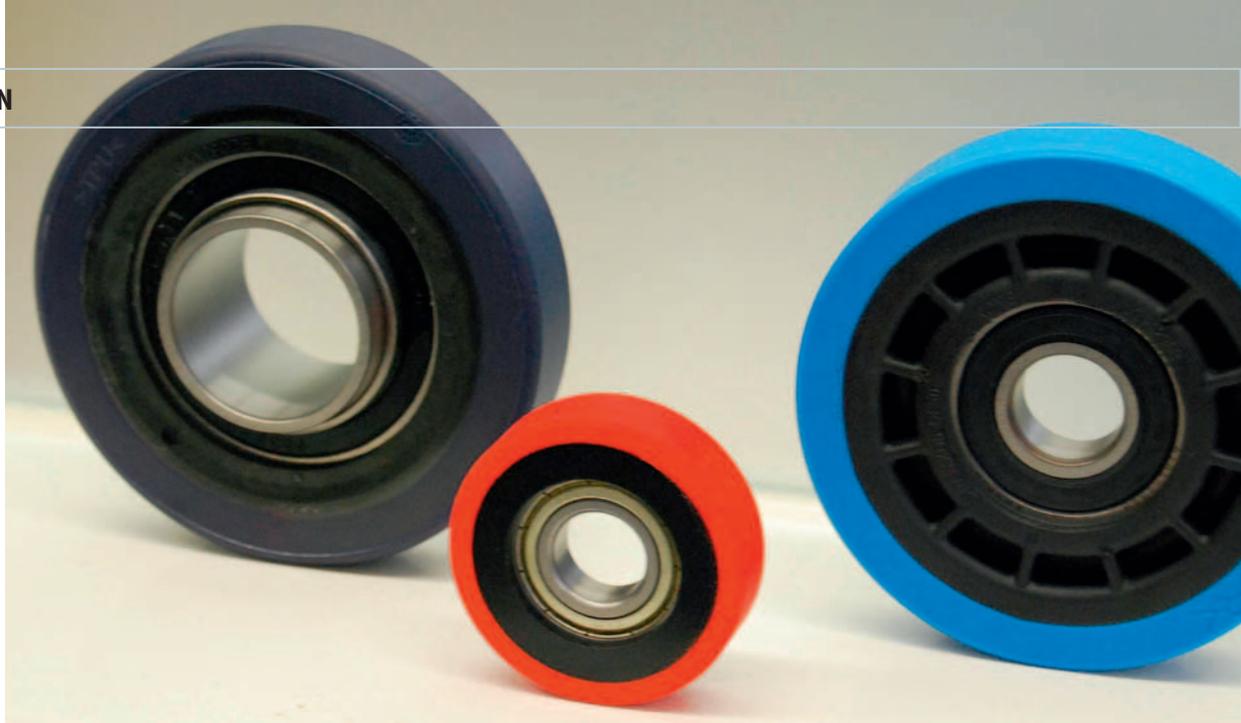
Institut für Werkstofftechnik  
und Kunststoffverarbeitung

Institut für Werkstofftechnik  
und Kunststoffverarbeitung (IWK)  
HSR Hochschule für Technik Rapperswil  
Oberseestrasse 10, Postfach 1475  
CH-8640 Rapperswil  
T +41 (0)55 222 47 70  
F +41 (0)55 222 47 69  
iwk@hsr.ch  
www.iwk.hsr.ch

Sonderdruck

Laufmantelrollen sind wichtige Elemente der Fördertechnik. Für ihre kontaktmechanische Auslegung konnten vergleichsweise einfache Berechnungsformeln erarbeitet werden

(Foto: Faigle Kunststoffe)



# Laufrollen kontaktmechanisch auslegen

**Laufmantelrollen.** Neue Berechnungsgrundlagen ermöglichen es, statisch belastete oder langsam bewegte Rollen mit Kunststoff-Laufmantel gezielter und zuverlässiger auszulegen. Es handelt sich um vergleichsweise einfach anwendbare Formeln zur ingenieurmäßigen Berechnung der wesentlichen kontaktmechanischen Größen dieser Rollen in Abhängigkeit der maßgebenden Geometrie- und Werkstoffparameter.

**JOHANNES KUNZ**

Laufrollen sind wichtige Elemente der Fördertechnik. Solche mit einem Laufmantel aus Kunststoff verbinden vorteilhafte Betriebseigenschaften wie geringe Geräuschentwicklung, hohe mechanische Dämpfung, gutes Federverhalten und hohe Verschleißfestigkeit mit einer wirtschaftlichen Fertigung. Das gilt insbesondere dann, wenn sie im Spritzgießverfahren hergestellt werden. Diese Laufmantelrollen bestehen im Wesentlichen aus einer Nabe und einem Laufmantel. Die Nabe, auch als Rollenkörper bezeichnet, kann massiv oder in Form eines Wälzlagers vorliegen. Der Laufmantel kann aufgespritzt oder umspritzt sein und je nach Funktion und

Geometrie der Gegenfläche (Laufbahn, Unterlage) ein zylindrisches, konvexes, konkaves oder dachartiges Profil aufweisen (Bilder 1 und 2). Die lokalen Kontaktverhältnisse zwischen Rolle und Laufbahn sind in Abhängigkeit von Geometrie und Werkstoffeigenschaften je durch spezifische geometrische Parameter bestimmt. Für die rechnerische Erfassung dieser Zusammenhänge standen der Konstruktionspraxis bisher nur in sehr begrenztem Umfang Berechnungsgrundlagen zur Verfügung [1, 2].

## Rechnerisch-experimentelle Untersuchungen

Zur Verbesserung dieser wenig befriedigenden Situation wurden am Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) der HSR Hochschule für Technik, Rapperswil, im Rahmen eines

größeren Projekts der anwendungsorientierten Forschung und Entwicklung umfangreiche Untersuchungen zur Kontaktmechanik solcher Kunststofflaufrollen durchgeführt. Die angewendete Methodik verbindet in bewährter Weise theoretisch-analytische Betrachtungen, gezielte Versuche und rechnerisch-numerische Parameterstudien mittels der Finite Elemente Methode (FEM). Für die Experimente wurden eine eigens dafür entwickelte Abplattungsmesseinrichtung und die Videoextensometrie eingesetzt. Untersucht wurden einerseits speziell hierfür hergestellte Versuchsrollen aus Polyoxymethylen (POM), teilweise aber auch im Handel erhältliche Rollen. Die erforderlichen Kriechmoduln wurden nach demselben Messprinzip ermittelt. Die Belastung der Rollen besteht aus einer statischen bzw. quasistatischen Radiallast im Zentrum der Nabe. Dieser Fall

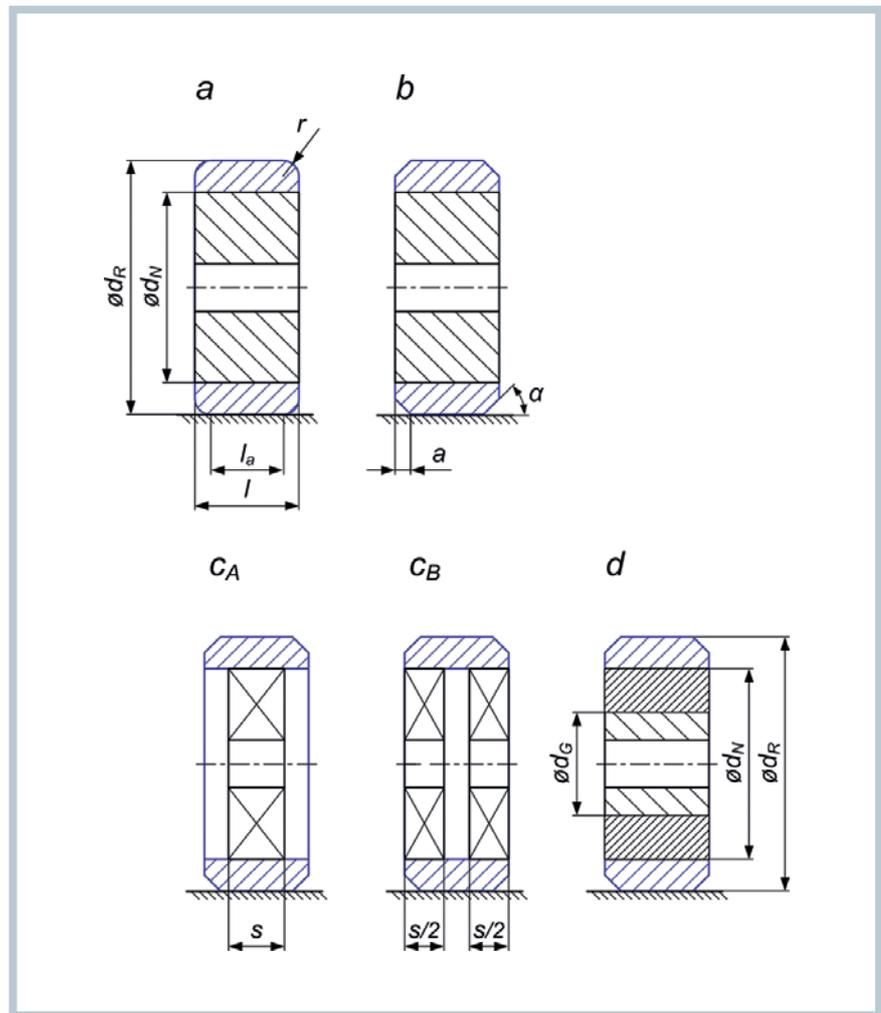
**ARTIKEL ALS PDF** unter [www.kunststoffe.de](http://www.kunststoffe.de)  
Dokumenten-Nummer KU110250

Ist für die Berechnung der statischen Tragfähigkeit, des Verformungsverhaltens im Stillstand und der Federwirkung bei langsamer Bewegung von Bedeutung, indirekt aber auch für die Beurteilung des Anfahrwiderstands.

Bei der Auswertung der Resultate wurden die gefundenen Gesetzmäßigkeiten qualitativ herausgearbeitet und anschließend mathematisch beschrieben, um daraus, aufbauend auf die Hertz'sche Theorie der Kontaktprobleme, geeignete Berechnungsformeln abzuleiten. Hierbei stand aber nebst der Erzielung realistischer Ergebnisse die praktische Handhabbarkeit dieser Formeln im Vordergrund. Deshalb wurden partiell zugunsten der Einfachheit gewisse Abstriche an der Genauigkeit hingenommen. Wie die bisherigen Erfahrungen zeigen, genügen die bis dato entwickelten Berechnungsformeln diesen Kriterien. Dasselbe Vorgehen hat sich in der Zwischenzeit auch erfolgreich bei verschiedenen konkreten Fragestellungen aus der Industrie bewährt.

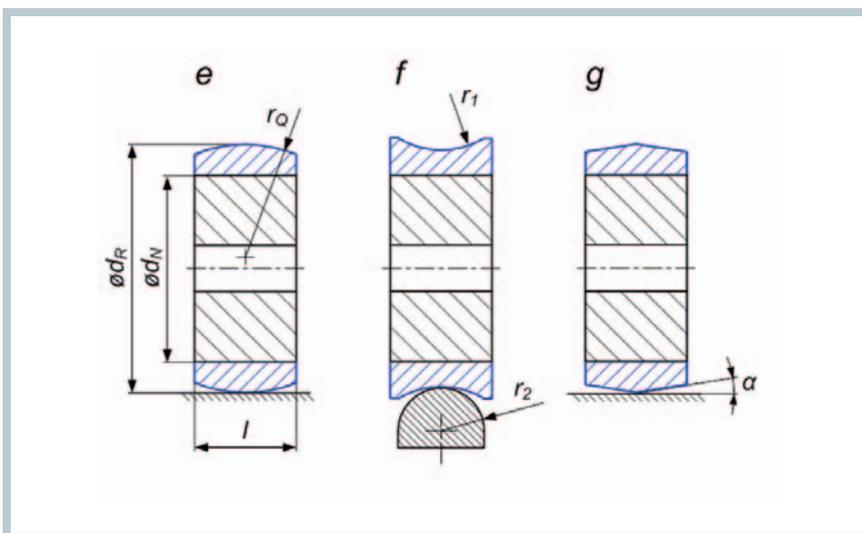
**Kontaktmechanische Größen**

In der Untersuchung interessierten in erster Linie der maximale Kontaktdruck zwischen Rolle und Unterlage, Form und Ausmaß der entstehenden Kontaktfläche und die Rollenabplattung, definiert als Verschiebung des Rollenzentrums in Richtung Unterlage (Bild 3). Diese kontaktmechanischen Größen sind alle abhängig von der Belastung, den geometrischen Verhältnissen und den Werkstoffeigenschaften von Rolle und Unterlage. Sie be-



**Bild 1. Profile bei Kunststoff-Laufmantelrollen: Theoretische Linienberührung**

- a: Zylindrischer Laufmantel mit Rundung
- b: Zylindrischer Laufmantel mit Anfasung
- cA: Zylindrischer Laufmantel mit innerer partieller Abstützung
- cB: Zylindrischer Laufmantel mit äußerer partieller Abstützung
- d: Zylindrische 2K-Rolle mit weichem Radkörper



**Bild 2. Profile bei Kunststoff-Laufmantelrollen: Theoretische Punktberührung**

- e: Konvexes Laufmantelprofil
- f: Konkaves Laufmantelprofil
- g: Dachartiges Laufmantelprofil

stimmen u.a. auch maßgeblich den Anfahr- und den Rollwiderstand. Wichtige Kriterien für die Auslegung der Rollen sind auch die Vergleichsspannung und die maximalen Dehnungswerte.

Theoretische Grundlage für die Bestimmung der kontaktmechanischen Größen sind die allgemeine Hertz'sche Theorie der Kontaktprobleme und die daraus abgeleiteten, bekannten Formeln [3].

Die Überlegungen basieren auf einer Reihe von Voraussetzungen und Idealisierungen:

- Laufmantel und Nabe sind von gleicher Zylinderlänge (Rollenbreite);
- der Kunststoff des Laufmantels verhält sich linear viskoelastisch, d.h. die zeitabhängige Werkstoffsteifigkeit, beschrieben durch den Kriechmodul, ist keine Funktion der Last;
- zwischen Nabe und Laufmantel besteht kein Stoffschluss;

- allfällige Vorspannungen durch Aufpressen bzw. Umspritzen lassen sich linear überlagern (Boltzmannsches Superpositionsprinzip);
- die Nabe besteht aus einem Werkstoff vergleichsweise hoher Steifigkeit, sodass ihre Verformung vernachlässigt werden kann;
- die Kraffteinleitung in die Nabe erfolgt in deren Zentrum;
- die Rolle wirkt als reine Laufrolle, d. h. es wirken keine Tangentialkräfte in der Berührungsfläche;
- die Unterlage verhält sich linear elastisch bzw. linear viskoelastisch;
- die Rollenachse ist parallel zur Unterlage ausgerichtet, d. h. Verkanten wird ausgeschlossen.

### Rollen mit zylindrischem Laufmantel

Ideale Zylinder berühren die achsparallele ebene Unterlage idealerweise und im unverformten Zustand längs einer Linie. Die unter Last eintretende Verformung zeigt sich dann in Form einer rechteckigen Kontaktfläche. Reale zylindrische Laufmantelrollen weichen in mehrfacher Hinsicht vom idealen Zylinder ab, so namentlich durch die Nabe, auf welcher der Laufmantel vollständig oder nur partiell abgestützt sein kann, aber auch dadurch, dass der Zylindermantel in der Regel eine mehr oder weniger ausgeprägte Anfasung bzw. Rundung zu den Stirnseiten aufweist (**Bild 1 a und b**). Diese Gegebenheiten können sich auf die kontaktmechanischen Größen unterschiedlich stark auswirken, wie dies die nachstehenden, für das Beispiel zylindrische Laufmantelrolle mit partieller Abstützung (**Bild 1c**) geltenden Formeln zeigen.

Die Untersuchungen [5, 6] ergaben, dass die erwähnten Einflüsse auf die halbe Breite  $b$  der rechteckigen Kontaktfläche und den maximalen Kontaktdruck  $p_0$  unbedeutend sind. Damit können die bekannten, für ideale Zylinder geltenden Beziehungen angewendet werden:

$$b = 1,08 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot d_R}{E_V \cdot l_a}} \quad (1)$$

$$p_{\max} = p_0 \approx 0,590 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}} \quad (2)$$

Gegen die Anfasung bzw. Abrundung hin weicht die Form der Kontaktfläche vom Rechteck ab; die Breite kann dort bis zu 15 % größer sein. In diesen Formeln bedeutet  $E_V$  den Vergleichs-Elastizitätsmo-

dul für den Kontakt zwischen Kunststoff-Laufmantel (Kriechmodul  $E_C$  in Abhängigkeit der statischen Belastungsdauer) und Laufbahn bzw. Unterlage (Elastizitäts- bzw. Kriechmodul  $E_L$ ):

$$E_V = 2 \cdot \frac{E_C \cdot E_L}{E_C + E_L} \quad (3)$$

Bei dünnerem Laufmantel im Bereich  $0,6 \leq d_N/d_R \leq 0,8$  wird ein deutlicher, praktisch linearer Einfluss der partiellen Abstützung spürbar, was in den Grenzen  $0,2 \leq s/l \leq 0,8$  mit der Formel 4 recht gut beschrieben werden kann.

$$p_{\max} \approx \left( 1,38 - 0,44 \cdot \frac{s}{l} \right) \cdot p_0 \approx \left( 0,81 - 0,26 \cdot \frac{s}{l} \right) \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}} \quad (4)$$

Die Abplattung  $w$  kann treffend mit einer quadratischen Funktion des Abstützungsverhältnisses  $s/l$  beschrieben werden. So führt die Beziehung (Formel 5) im Gültigkeitsbereich  $0,4 \leq d_N/d_R \leq 0,8$ ,  $0 \leq a/l_a \leq 0,2$  und  $0,2 \leq s/l \leq 1,0$  zu gut brauchbaren Resultaten.

$$w \approx w_0 \cdot \left\{ 1,2 - 0,65 \cdot \frac{d_N}{d_R} \cdot \left[ 1 - k \cdot \left( 1 - \frac{s}{l} \right)^2 \right] \cdot \left( 1 - 0,95 \cdot \frac{a}{l_a} \right) \right\} \quad (5)$$

Für die innere Abstützung (**Bild 1c<sub>A</sub>**) wurde der Zahlenfaktor mit  $k \approx 0,94$  ermittelt, für die äußere Abstützung (**Bild 1c<sub>B</sub>**) liegt er mit  $k \approx 1,26$  etwas höher. Dabei macht es praktisch keinen Unterschied, ob der Übergang von zylindrischer Lauffläche zur Stirnfläche mit einer Fase der Länge  $a$  oder einem Radius  $r = a$  ausgeführt wird. In (5) ist

$$w_0 \approx 5,7 \cdot \frac{F}{E_V \cdot l_a} \quad (6)$$

die Abplattung beim Kontakt idealer achsparalleler Zylinder unter Kraftwirkung. Da sich hierfür aus der Hertzschen Theorie analytisch keine Beziehung ableiten lässt, musste eine solche Lösung auf anderem Weg erst erarbeitet werden [4].

Komplexer sind die Verhältnisse, wenn wie bei neuartigen 2K-Laufrollen zwischen dem zylindrischen Laufmantel hoher Steifigkeit und der Nabe ein weicher Radkörper integriert wird (**Bild 1d**). Diese Konzeption weist mit zwei weiteren

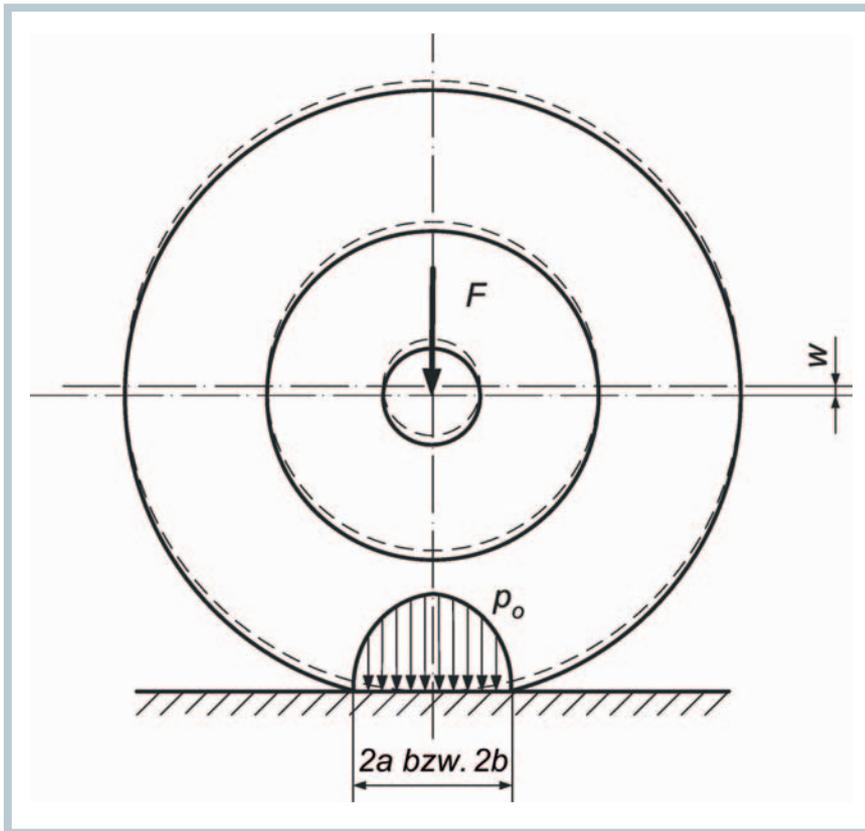
Durchmesserverhältnissen und den unterschiedlichen Steifigkeiten von Laufmantel und Radkörper zusätzliche Parameter auf, die sich auf die kontaktmechanischen Größen auswirken. Dennoch konnten wenigstens teilweise analoge, aber entsprechend kompliziertere Berechnungsformeln aufgestellt werden [7]. Als Vorteil solcher Rollen verspricht man sich dank geringer lokaler Verformungen ein leichtes, reibungsarmes Abrollen, während der Radkörper mit seiner geringen Steifigkeit für die erwünschte Dämpfung und die hohe Nachgiebigkeit sorgt (**Bild 4**).

### Rollen mit theoretischer Punktberührung

Rollen mit konvexem oder konkavem Laufmantelprofil weisen eine zweifache, d. h. räumliche Krümmung der Lauffläche auf. Nebst dem geometriebedingten Krümmungsradius in Umfangsrichtung hat auch ihre Kontur im Querschnitt eine Krümmung (**Bild 2 e und f**). Damit berühren sich Rolle und Unterlage im unverformten Zustand theoretisch nur in einem Punkt. Unter Last stellt sich hier eine Kontaktfläche mit elliptischem Grundriss ein. Der Fall theoretischer Punktberührung zwischen räumlich gekrümmten Körperoberflächen wird grundsätzlich durch die Hertzsche Theorie beschrieben: Diese ist für Laufmantelrollen allenfalls zu modifizieren, um den Einfluss des Durchmesserverhältnisses  $d_N/d_R$  von Nabe und Rolle erfassen zu können.

Die Untersuchungen haben ergeben, dass die Abmessungen der Kontaktellipse und der maximale Kontaktdruck praktisch nicht vom Durchmesserverhältnis  $d_N/d_R$  abhängen und somit anhand der Hertzschen Formeln berechnet werden können. Dagegen macht sich  $d_N/d_R$  bei der Abplattung bemerkbar. Zur Erfassung dieses Einflusses ließ sich die Hertzsche Formel relativ einfach erweitern, und zwar je separat für das konvexe und das konkave Profil [9, 10]. Auf deren Wiedergabe wird hier allerdings aus Platzgründen verzichtet.

Theoretische Punktberührung liegt auch vor, wenn der Laufmantel dachartig profiliert ist (**Bild 2g**). Solche Profile bestehen aus zwei symmetrisch zueinander angeordneten Kegelmantelflächen, wie sie sich beispielsweise in der Trennebene des Spritzgießwerkzeugs berühren. Trotz theoretischer Punktberührung lässt sich die Hertzsche Theorie nicht direkt anwenden, da diese in der Kontaktzone stetige Krümmungen voraussetzt. Gleich-



**Bild 3. Kontaktmechanische Größen an der Laufmantelrolle**  
**a, b:** Halbe Länge der Kontaktfläche in Umfangsrichtung [mm]  
 **$p_0$ :** Maximaler Kontaktdruck [N/mm<sup>2</sup>]  
**w:** Abplattung bzw. Achsverschiebung unter Belastung [mm]

wohl schien es naheliegend, der Untersuchung einen Ansatz zugrunde zu legen, der auf der Hertzchen Theorie aufbaut. Die spezifischen geometrischen Gegebenheiten der dachartigen Profilierung, die mehr oder weniger rautenförmige Kontaktflächen erwarten lässt (Bild 5 und 6), wurden in der Untersuchung durch dimensionslose Funktionen erfasst. Diese mussten durch Parametervariation rechnerisch-numerisch und experimentell bestimmt werden [8]. Entscheidender Parameter ist hier der Anzug bzw. Kegelwinkel  $\alpha$ . Die erarbeiteten Formeln erlauben die rechnerische Bestimmung der Kontaktflächengröße, des maximalen Kontaktdrucks und der Abplattung in weiten Grenzen der variierten Parameter. Sie sind durchaus auch auf Fabrikate anwendbar, die beidseits der Mittelebene nebst einem gewissen Anzug noch eine Balligkeit aufweisen.

### Spannungen und Dehnungen

Für die Auslegung der Kunststoffrollen wichtige Größen sind nebst jenen der Kontaktmechanik auch die größte positive Dehnung und die Vergleichsspannung. Deren Höhe und Ort wurde an-

hand der FEM-Analysen bestimmt und versucht, die Abhängigkeiten von den maßgebenden Parametern festzustellen und wo möglich in Formeln zu fassen. Es zeigte sich, dass bei zylindrischem Laufmantel vor allem der Übergangsbereich von Zylindermantel zu Stirnfläche kritisch ist. Bei convex und konkav gekrümmtem Laufmantel tritt die größte Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) erwartungsgemäß in einem gewissen Abstand von der Kontaktfläche im Innern des Laufmantels auf (Bild 7).

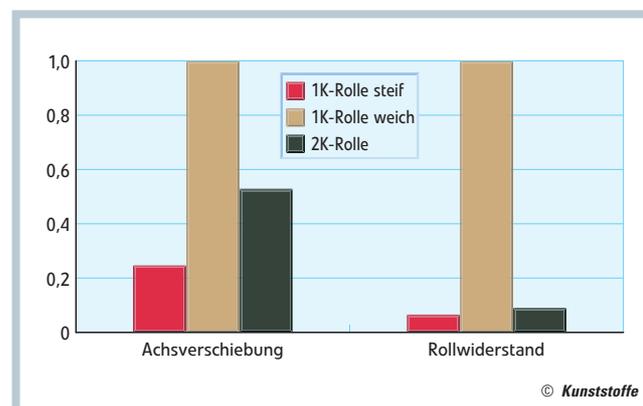
### Fazit

Die im Projekt gewonnenen Erkenntnisse bilden wichtige Grundlagen einer einfachen ingenieurmäßigen Auslegung der verschiedenen Rollentypen. Darüber hinaus vermitteln sie ein klares Bild der kontaktmechanischen Zusammenhänge und der relevanten Einflussfaktoren. Die erarbeiteten Berechnungsformeln beschreiben die komplexen Abhängigkeiten mit gewissen Vereinfachungen, jedoch innerhalb der angegebenen Grenzen mit hinreichender Genauigkeit. Denn für die Praxis sollen sie einerseits die wesentlichen Einflüsse erfassen, andererseits aber auch einfach anwendbar sein. So sind beispielsweise Abweichungen von der hier zugrunde gelegten Poissonzahl  $\mu = 0,3$  praktisch durchwegs von vernachlässigbar geringem Einfluss. Die Formeln knüpfen an die bekannten Beziehungen an, die aus der Hertzchen Theorie der Kontaktprobleme abgeleitet sind, und weiten diese auf Laufmantelrollen realistischer Ausgestaltung aus. Ihre Gültigkeit beschränkt sich selbstverständlich auf die jeweils getroffenen Voraussetzungen und Idealisierungen. Sie können überall dort hilfreich sein, wo auf FEM-Rechnungen verzichtet werden soll, so etwa bei ersten Abschätzungen von Rollendaten, bei Tabellenkalkulationen usw.

Weitere aktuelle Fragestellungen betreffen beispielsweise das Verhalten zylindrischer Kunststoff-Laufmantelrollen beim Verkanten, d. h. wenn sie nicht mehr sauber auf der ebenen Unterlage aufliegen, oder die rechnerische Abschätzung des Anfahr- bzw. Rollwiderstands von Kunststoffrollen anhand der relevanten kontaktmechanischen Größen [11]. ■

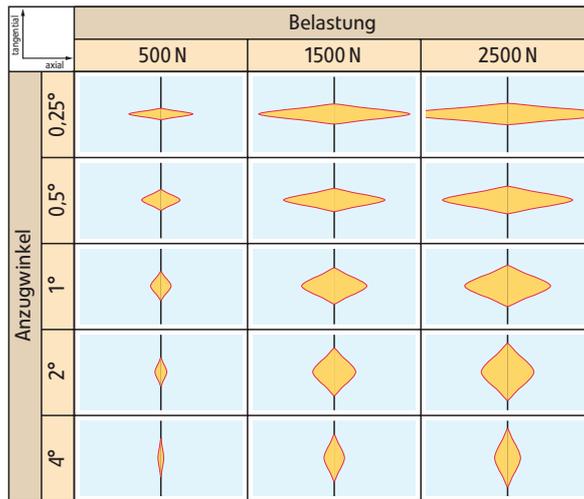
### DANK

Die hier vorgestellten Arbeiten sind Teil des Forschungsprojekts „Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen“. Für dessen Förderung

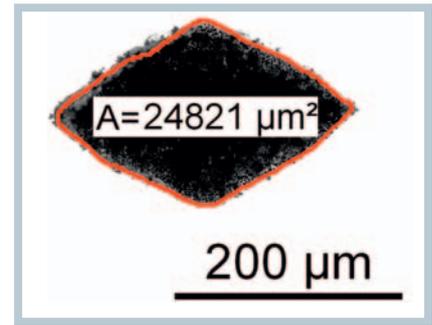


**Bild 4. Abplattung bzw. Achsverschiebung und Rollwiderstand der 2K-Rolle im Vergleich zur Massivrolle mit steifem (POM) bzw. weichem (TPU) Radkörper [7]**

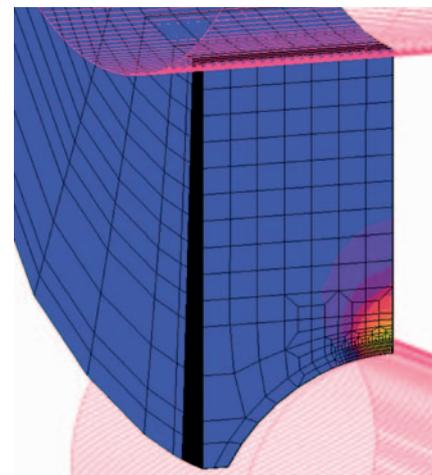
**Bild 5. Kontaktflächen von dachartig profilierten Rollen in Abhängigkeit von Kegelwinkel und Belastung, mit FEM ermittelt [8]**



© Kunststoffe



**Bild 6. Kontaktfläche einer dachartig profilierten Rolle: Kohlepapier-Abdruck als experimentelles Ergebnis, digital-optisch ausgewertet [8]**



**Bild 7. Zone maximaler Vergleichsspannung im Innern des Laufmantels [10]**

dankt der Verfasser der Gebert Rüt Stiftung, Basel, und dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.

**LITERATUR**

- Schmidt, H.: Rollen aus Hostaform. Verformungsverhalten und Versagenskriterien. Konstruktion 25 (1973) 6, S. 211–219
- Kunze, G.: Rollpaarung Plast – Stahl: Empfehlung zur Dimensionierung. Plaste und Kautschuk 25 (1978) 9, S. 527–532
- Grothe, K.-H.; Feldhusen, J. (Hrsg.): Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Springer Verlag Berlin, 22. Aufl., 2007
- Kunz, J.; De Maria, E.: Die Abplattung im Kontaktproblem paralleler Zylinder. Forschung im Ingenieurwesen 67 (2002) 4, S. 146–156
- Kunz, J.: Kontaktmechanik zylindrischer Kunststoff-Laufmantelrollen. Kunststoffe-Synthetics 52 (2005) 6, S. 19–22
- Kunz, J.; Studer, M.: Zylindrische Laufmantelrolle mit partieller Abstützung. Kunststoffe-Synthetics 53 (2006) 1, S. 18–21
- Kunz, J.; Studer, M.: Neuartige 2K-Laufrollen und ihre Kontaktmechanik. SwissPlastics 30 (2008) 3, S. 17–20
- Kunz, J.; Holzinger, M.: Kunststoffrollen mit dachartigem Laufmantelprofil. Kunststoffe-Synthetics 53 (2006) 11, S. 24–27
- Kunz, J.; Bürzle, W.; Studer, M.: Kontaktmechanik balliger Kunststoff-Laufmantelrollen. Swiss-Plastics 29 (2007) 6, S. 31–34
- Kunz, J.; Bürzle, W.: Kontaktmechanik konkaver Kunststoff-Laufmantelrollen. SwissPlastics 30 (2008) 9, S.17–20
- Kunz, J.; Studer, M.: Rollwiderstand von Laufrollen. SwissPlastics 31 (2009) 10, S. 71/72 und 75/76

**DER AUTOR**

PROF. DIPL.-ING. JOHANNES KUNZ, geb. 1940, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Schweiz; jkunz@hsr.ch

**SUMMARY  
DESIGNING ROLLERS DUE TO CONTACT MECHANICS**

**JACKETED ROLLERS.** New computational methods make it possible to design slowly moving plastic-jacketed rollers or similar rollers subject to a static load more accurately and reliably. The approach involves relatively simple equations for an engineering calculation of the major contact mechanical variables for these rollers as a function of the most important geometric and material parameters.

Read the complete article in our magazine **Kunststoffe international** and on [www.kunststoffe-international.com](http://www.kunststoffe-international.com)

**! Verwendete Zeichen und Symbole:**

F:	Radiale Rollenlast	[N]
$E_C$ :	Kriechmodul des Kunststoff-Laufmantels	[N/mm <sup>2</sup> ]
$E_l$ :	Elastizitäts- bzw. Kriechmodul der Unterlage	[N/mm <sup>2</sup> ]
$E_v$ :	Vergleichs-Elastizitätsmodul	[N/mm <sup>2</sup> ]
a:	Fasnlänge	[mm]
a:	Große Halbachse der Kontaktellipse	[mm]
b:	Kleine Halbachse der Kontaktellipse	[mm]
b:	Halbe Breite der rechteckigen Kontaktfläche	[mm]
$d_G$ :	Grenzdurchmesser	[mm]
$d_N$ :	Nabendurchmesser	[mm]
$d_R$ :	Rollendurchmesser	[mm]
l:	Rollenbreite	[mm]
$l_a$ :	Laufflächenbreite (Auflagelänge)	[mm]
$p_0$ :	Maximaler Kontaktdruck	[N/mm <sup>2</sup> ]
r:	Rundungsradius	[mm]
$r_G$ :	Krümmungsradius in Querrichtung	[mm]
$r_1$ :	Profilradius der Rolle	[mm]
$r_2$ :	Radius der Unterlage	[mm]
s:	Breite der Abstützung	[mm]
w:	Abplattung	[mm]
$w_0$ :	Abplattung des vollen, homogenen Zylinders	[mm]
$\alpha$ :	Fasnwinkel	[rad bzw. °]
$\alpha$ :	Anzug des Laufmantelprofils (Kegelwinkel)	[rad bzw. °]