

Übung 6

-

Wahrscheinlichkeit

Aktuelle Version: 7. Juli 2022

Hinweise:

- Übungen sind mit Vorteil alleine zu lösen.
- Benutzen Sie die Musterlösungen nur zur Korrektur.
- Die Übungen sind wichtige Vorbereitungen für die Prüfung. Lösen sie die Übungen sorgfältig und stellen Sie die Lösungswege übersichtlich dar.
- (Ergänzte) Vorlesungsunterlagen und Fachbücher helfen beim Lösen von Übungen und bringen gleichzeitig eine erweiterte Ansicht auf die Problemstellung.
- Wenn Sie die Übungen nicht verstehen, fragen Sie!

Übung 1. *Fragen*

1. Erläutern Sie die Begriffe Zufallsexperiment und Ergebnismenge.
2. Erläutern Sie den Begriff Wahrscheinlichkeitsraum.
3. Erläutern Sie die Begriffe Elementarereignis, sicheres Ereignis sowie unmögliches Ereignis.
4. Was ist ein Laplace-Experiment?
5. Wann sind zwei Ereignisse disjunkt?
6. Was verstehen Sie unter bedingter Wahrscheinlichkeit?
7. Was besagt der Satz von Bayes?

Übung 2. *Ergebnismengen*

Bestimmen Sie die folgenden Ergebnismenge und geben Sie je ein Beispiel für ein mögliches, ein sicheres und ein unmögliches Ereignis.

1. Lotto-Zahlen (Schweizer Lotto)
2. Münzwurf
3. Wurf mit zwei Würfeln

Übung 3. *Venn-Diagramme und symbolische Schreibweise*

Stellen Sie die folgenden Aussagen über Ereignisse in Venn-Diagrammen und in symbolischer Schreibweise dar:

1. Die Ereignisse A und B schliessen sich aus.
2. Immer wenn sich A ereignet, ereignet sich auch B.
3. B ereignet sich nur, wenn sich auch A ereignet.
4. C ereignet sich nur dann, wenn sich sowohl A als auch B ereignen.
5. C ereignet sich genau dann, wenn sich zwar A, aber nicht B ereignet.

Übung 4. *Zufallsexperimente*

Ein Zufallsexperiment hat 10 verschiedene Ergebnisse: 1, 2, ..., 10. Aus inhaltlichen Überlegungen weiss man, dass Ereignis 2 gerade doppelt so wahrscheinlich ist wie 1, das Ereignis 3 dreimal so wahrscheinlich wie 1 usw. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses 1?

Übung 5. *Bedingte Wahrscheinlichkeit*

Für eine Studie über die Wirksamkeit von Gripeschutzimpfungen wurden 960 Personen danach befragt, ob sie vor dem letzten Winter gegen Grippe geimpft waren und ob sie an Grippe erkrankt waren oder nicht:

	erkrankt	nicht erkrankt
geimpft	117	389
nicht geimpft	289	165

1. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, an Grippe zu erkranken?
2. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig gewählte Person nicht geimpft ist?
3. Ist die Grippeimpfung wirksam?
4. Welche Umfragezahlen würden Sie erwarten, falls Grippe und Impfung unabhängig wären und die Gesamtzahlen gleichbleiben? Was schliessen Sie aus diesen Zahlen?

Übung 6. *Satz von Bayes*

Schlafstörungen kann als Symptom sowohl bei einer Major Depression als auch bei einer generalisierten Angststörung auftreten. 15% der Bevölkerung leidet aber auch ohne Depression oder Angststörung an Schlafstörungen!

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, an einer Angststörung oder Depression zu leiden, wenn Sie unter Schlafstörungen leiden?

Gehen Sie von den folgenden Prävalenzen (Aufretenswahrscheinlichkeiten) aus:

Störung	Prävalenz	davon mit Schlafstörungen
Major Depression	0.057	0.1
Generalisierte Angststörung	0.02	0.3

Gehen Sie zudem davon aus, dass es keine Komorbidität gibt, d.h. es gibt kein gemeinsames Auftreten von Krankheiten.

Zusatzaufgaben

Übung 7. *Bedingte Wahrscheinlichkeit*

Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, beim zweimaligen Werfen eines Würfels eine Augensumme von mindestens 8 zu erhalten, falls beim ersten Wurf eine 4 gefallen ist?

Übung 8. *Bedingte Wahrscheinlichkeit*

Zwei Karten werden aus einem gut gemischten Spiel von 52 Karten gezogen. Man bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass beides Asses sind, wenn die erste Karte

1. zurückgelegt wird
2. nicht zurückgelegt wird

Übung 9. *Wahrscheinlichkeitsbaum*

Ein Koch-Lehrling versalzt seine Suppe mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5. Wenn er verliebt ist – ein Zustand, in dem er sich mit Wahrscheinlichkeit 0.4 befindet – ist es ganz schlimm: Dann versalzt er nämlich 80% seiner Suppen. Hinweis: Verwenden Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum!

1. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Lehrling nicht verliebt ist und die Suppe versalzt?
2. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er verliebt ist, wenn die Suppe nicht versalzen schmeckt?
3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er weder verliebt ist noch die Suppe versalzt?