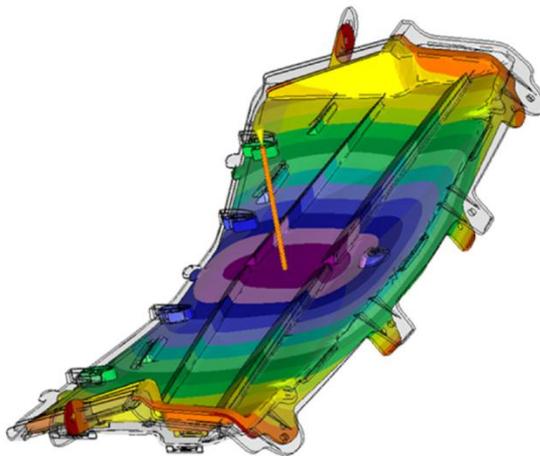
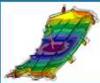


## Vortrag

# Auslegung von Kunststoffbauteilen aufgrund kritischer Dehnungen - ein Plädoyer





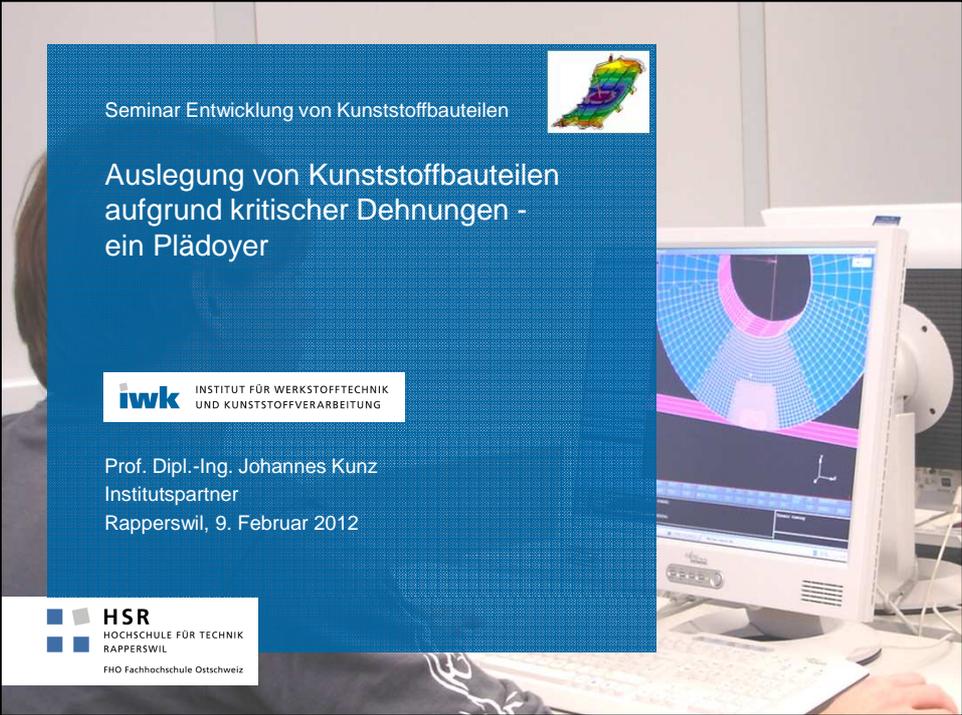
Seminar Entwicklung von Kunststoffbauteilen 

Auslegung von Kunststoffbauteilen  
aufgrund kritischer Dehnungen -  
ein Plädoyer

 INSTITUT FÜR WERKSTOFFTECHNIK  
UND KUNSTSTOFFVERARBEITUNG

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz  
Institutspartner  
Rapperswil, 9. Februar 2012

 **HSR**  
HOCHSCHULE FÜR TECHNIK  
RAPPERSWIL  
FHO Fachhochschule Ostschweiz



## Übersicht

Seite 2

- Einleitung
- Festigkeitsbedingung
- Dehnungsbezogene Auslegung
- Dehnungen als werkstoffmechanische Versagensgrößen
- Kritische Dehnung – ein wichtiger Werkstoffkennwert
- Illustrative Beispiele und Anwendungen
- Dehnungen als Kriterium des Stabilitätsverhaltens
- Abschliessende Gedanken

■ **Auslegung:**

Definition von Bauteilgeometrie und Werkstoff aufgrund der funktionellen Anforderungen und Betriebsbedingungen, insbesondere auch der mechanischen Beanspruchung

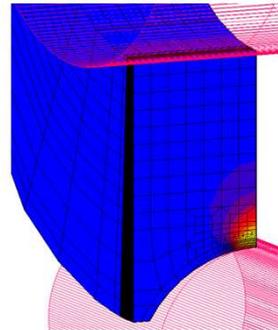
■ **Festigkeitsrechnung im Zentrum**

■ **Herkömmliche Auslegung:**

Aufgrund zulässiger Spannungen

■ **Festigkeitsbedingung:**

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{zul} = \sigma_G \cdot \frac{C}{S}$$



■ **Auslegung aufgrund zulässiger Spannungen**

**Festigkeitsbedingung:**

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{zul} = \sigma_G \cdot \frac{C}{S} \quad \text{bzw.} \quad \sigma_V \leq \sigma_{zul} = \sigma_G \cdot \frac{C}{S}$$

$\sigma_{\max}$ : Höchstspannung im Bauteil bei einachsigem Spannungszustand resp. einachsige Vergleichsspannung  $\sigma_V$  bei mehrachsigem Spannungszustand

$\sigma_{zul}$ : Zulässige Spannung

$\sigma_G$ : Spannungsgrenzwert für die Belastbarkeit des Werkstoffs

$C$ : Einflussfaktor

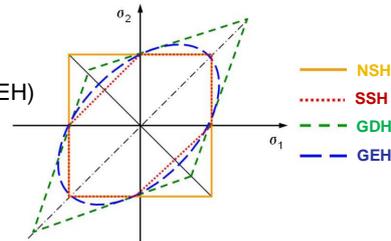
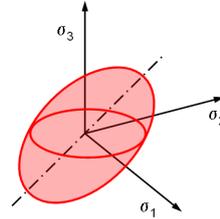
$S$ : Sicherheitsfaktor

■ Mehrachsiger Spannungszustand:

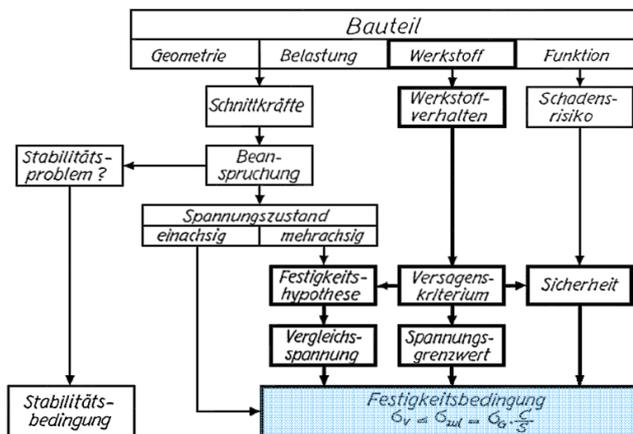
- Vergleichsspannung: Funktion der Hauptspannungen, je nach Festigkeitshypothese

$$\sigma_v = \sigma_v(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

- Normalspannungshypothese (NSH) (Coulomb)
- Schubspannungshypothese (SSH) (Tresca, Mohr)
- Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH) (von Mises)
- Grösstdehnungshypothese (GDH) (Navier)

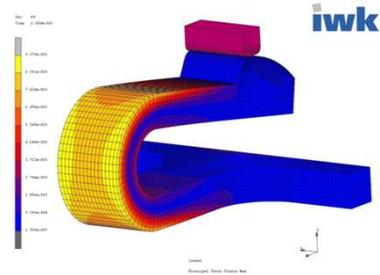


■ Spannungsbezogene Festigkeitsrechnung: Schema



### ■ Vorteile der dehnungsbezogenen Auslegung

- Dehnung bei Kunststoffteilen i. A. geeigneteres Kriterium als Spannung
- Werkstoffmechanisch klare Versagenskriterien
- Denken in Verformungen erleichtert das Erfassen des Kunststoffverhaltens unter mechanischer Belastung
- Einfacherer Berechnungsvorgang



### ■ Grundlegende Erkenntnisse um 1970 durch Menges et al. am IKV Aachen

- Ingenieurmäßige Festigkeitsrechnung für Spritzgussteile aus Thermoplasten. Kunststoffe 57(1967)1
- Spannungsrisse bei Langzeit-Zugbeanspruchung von Kunststoffen. Kunststoffe 11(1967)11
- Spannungsrissbildung und elastisch-plastisches Verformungsverhalten bei Langzeitbeanspruchung. Plastverarbeiter 19(1968)7
- Kriterium „Kritische Stauchung“. Kunststoff-Berater 14(1969)1
- Denken in Verformungen erleichtert das Dimensionieren von Kunststoffteilen. VDI-Z 112(1970)6 u.10
- Erleichtertes Verständnis des Werkstoffverhaltens bei verformungsbezogener Betrachtungsweise. Fortschritts-Bericht VDI Reihe 5, Nr. 12 (1971)
- Das Verhalten von Kunststoffen unter Dehnung. Kunststoffe 63(1973)2 u.3
- Verarbeitungs- und Umgebungseinflüsse auf die kritische Dehnung von Kunststoffen. Kunststoffe 64(1974)
- Einfluss korrosiver Flüssigkeiten auf mechanisch beanspruchte Thermoplaste. Kunststoffe 64(1974)4
- Dimensionierung von Kunststoffteilen auf Basis von kritischen Deformationen. Kunststoffe-Plastics 24(1977)8

- **Verformungsbedingung: wie Grösstdehnungshypothese (Navier, 1864)**

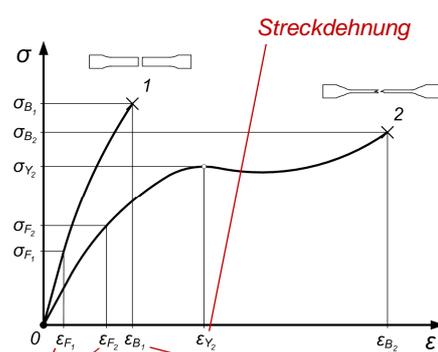
$$\varepsilon_{\max} = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \leq \varepsilon_{zul} = \varepsilon_G \cdot \frac{C}{S}$$

- **Bestimmung der maximalen Dehnung:**

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{1e} - \mu \cdot (\varepsilon_{2e} + \varepsilon_{3e}) = \frac{\sigma_1}{E_{C1}} - \mu \cdot \left( \frac{\sigma_2}{E_{C2}} + \frac{\sigma_3}{E_{C3}} \right)$$

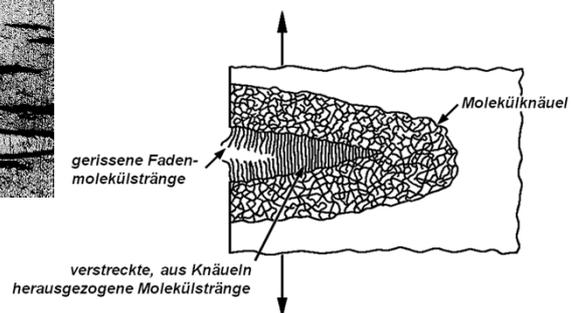
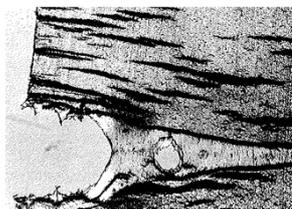
$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{2e} - \mu \cdot (\varepsilon_{3e} + \varepsilon_{1e}) = \frac{\sigma_2}{E_{C2}} - \mu \cdot \left( \frac{\sigma_3}{E_{C3}} + \frac{\sigma_1}{E_{C1}} \right)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_{3e} - \mu \cdot (\varepsilon_{1e} + \varepsilon_{2e}) = \frac{\sigma_3}{E_{C3}} - \mu \cdot \left( \frac{\sigma_1}{E_{C1}} + \frac{\sigma_2}{E_{C2}} \right)$$

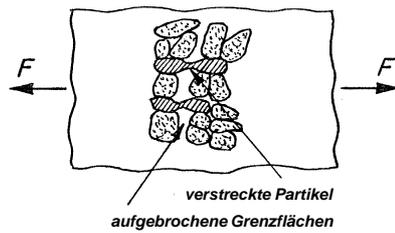
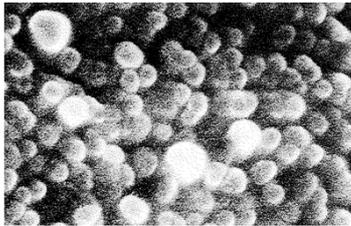


**■ Dehnungen als Versagenskriterien:**

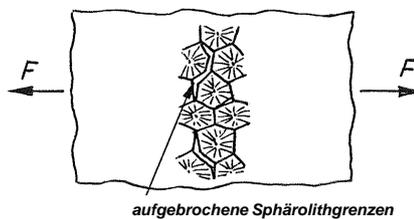
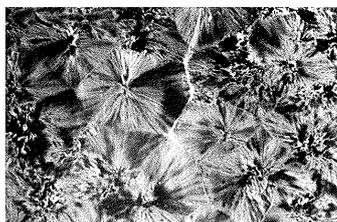
- **Bruchdehnung**
  - ➔ bei sprödem Verhalten
- **Streckdehnung**
  - ➔ bei zähem Verhalten, z.B. zwecks Vermeiden von Verstreckungen und Weissbruch
- **Fliess- bzw. Fliessgrenzdehnung**  
(Bildung von Fliesszonen, Crazes, Mikrorissen)
  - ➔ für jedes Werkstoffverhalten, z. B. zwecks Vermeiden irreversibler Verformungen oder Beeinträchtigung der Lichtdurchlässigkeit

**■ Craze: Fliesszone (nach Kambour)**

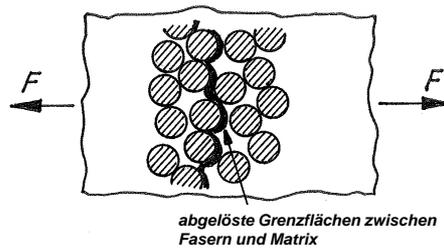
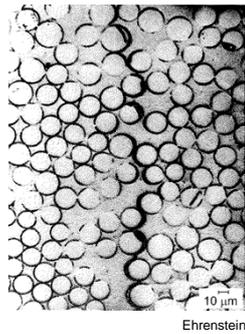
■ **Amorphe Thermoplaste: Aufreißen von Partikel-Grenzflächen**  
(nach Menges)



■ **Teilkristalline Thermoplaste: Aufbrechen von Sphärolithgrenzen**  
(nach Menges und Alf)

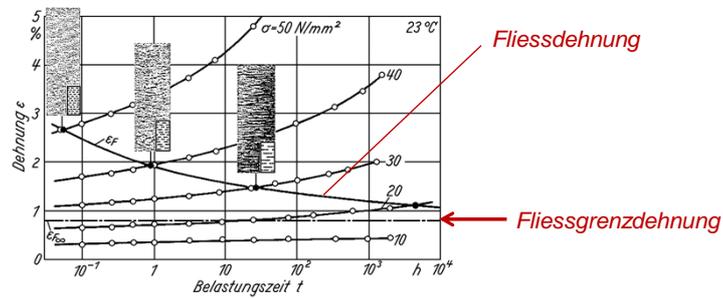


■ Faserverbundkunststoffe (FVK) : Ablösung zwischen Faser und Matrix



■ Versagenskriterium Rissbildung: Zeitdehnlinien von PMMA unter Zugbeanspruchung (nach Menges):

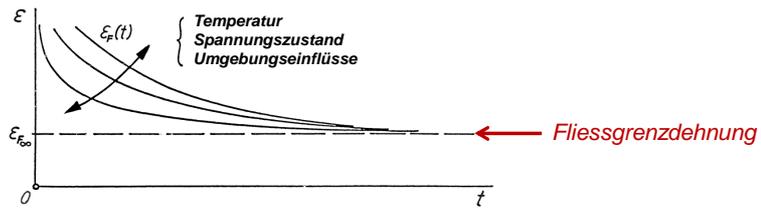
- Einfluss von Belastungshöhe und Zeit auf Bildung, Länge und Anzahl von Fliezzonen (Crazes)



$\epsilon_F$ : Fliessdehnung: Dehnung beim ersten Auftreten von Crazes  
 $\epsilon_{FL}$ : Fliessgrenzdehnung: Asymptotischer Grenzwert der Fliessdehnung

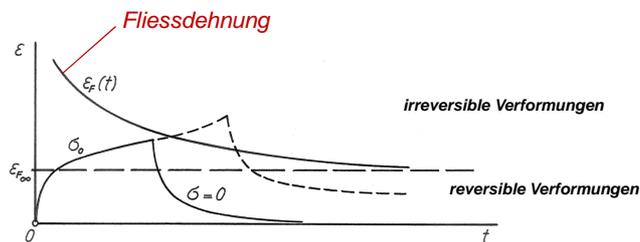
■ **Fließgrenz- oder kritische Dehnung:**

- in weiten Grenzen unabhängig von Belastungszeit, Temperatur, Spannungszustand, Umgebungseinflüssen



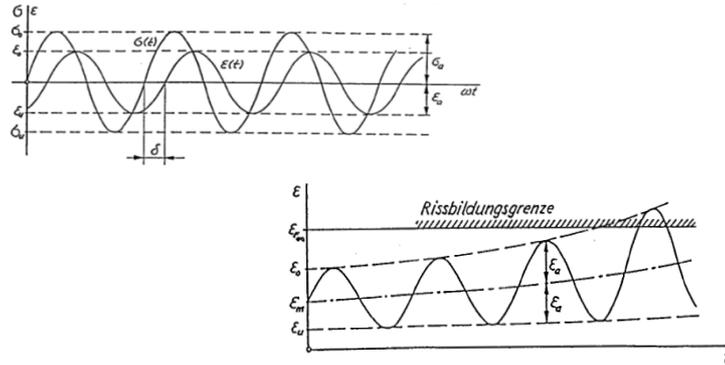
■ **Fließdehnung:**

- Grenze zwischen reversiblen und irreversiblen Verformungen



■ **Versagenskriterium Rissbildung:**

- auch bei schwingender Belastung relevant



■ **Fließgrenz- oder kritische Dehnung:**

- korreliert – in Abhängigkeit der Kunststoffgruppen – mit ganz bestimmten Größenordnungen der makroskopischen Dehnungen

Kunststoffgruppe	$\epsilon_{F_{0.2}}$ [%]
Thermoplaste, amorph	
- ungefüllt	0,6 ÷ 1,0
- gefüllt	0,3 ÷ 0,5
Thermoplaste, teilkristallin, steif	
- ungefüllt	2,0 ÷ 4,0
- gefüllt	1,0 ÷ 2,0
Thermoplaste, teilkristallin, weich	
- ungefüllt	3,0 ÷ 6,0
- gefüllt	2,0 ÷ 3,0
Thermoplaste, glasmattenverstärkt	0,2 ÷ 0,7
Elastomere, gefüllt	≈ 5,0
Duroplaste	
- unverstärkt	0,1 ÷ 0,2
- UD-verstärkt	0,05 ÷ 0,2

■ **Fließgrenz- oder kritische Dehnung:**

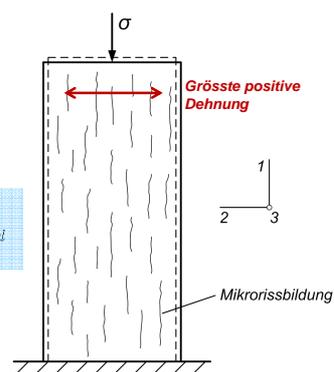
- ist ein wahrer Werkstoffkennwert
- ist in weiten Grenzen unabhängig von Belastungszeit, Temperatur, Spannungszustand, Umgebungseinflüssen
- korreliert – in Abhängigkeit der Kunststoffgruppen – mit ganz bestimmten Größenordnungen der makroskopischen Dehnungen
- bildet die Grenze zwischen reversiblen und irreversiblen Verformungen
- ist auch bei schwingender Belastung relevant

■ **Beispiel: Einachsige Druckbeanspruchung**

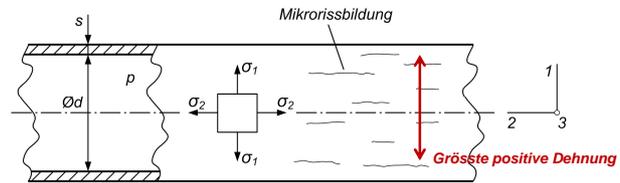
- Mikrorissbildung senkrecht zur grössten positiven Dehnung, d.h. parallel zur Beanspruchungsrichtung
- Grösste positive Dehnung: quer zur Beanspruchungsrichtung

$$\epsilon_{\max} = \epsilon_2 = \epsilon_3 = -\mu \cdot \epsilon_1 = -\mu \cdot \frac{\sigma_1}{E_{C1}} \leq \epsilon_{zul}$$

- Werkstoff kann unter Druck stärker schädigungsfrei beansprucht werden als unter Zug



■ Beispiel: Rohr unter Innendruck



- Spannungszustand zweiachsig:

$$\sigma_1 = \frac{p \cdot d}{2 \cdot s} = 2 \cdot \sigma_2 \gg \sigma_3 \approx 0$$

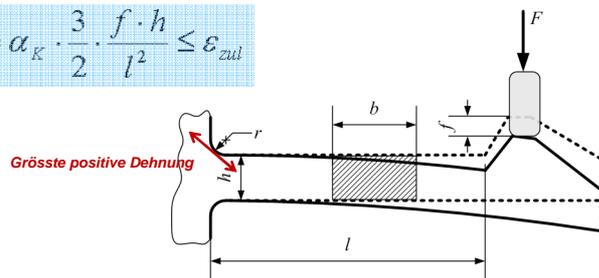
- Grösste positive Dehnung in Umfangsrichtung:

$$\epsilon_{\max} = \epsilon_1 = \epsilon_{1e} - \mu \cdot \epsilon_{2e} = \frac{p \cdot d}{2 \cdot s} \cdot \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \leq \epsilon_{zul}$$

■ Beispiel: Schnapphaken

- Grösste positive Dehnung auf Zugseite der Anbindung:  
Kerbwirkung beachten!

$$\epsilon_{\max} = \alpha_K \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{f \cdot h}{l^2} \leq \epsilon_{zul}$$

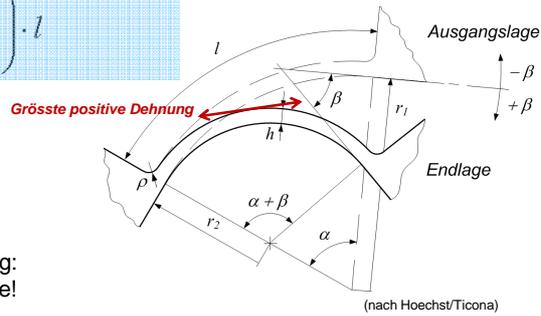


- Grösste positive Dehnung: rein geometrische Grösse!

■ Beispiel: Filmgelenk

- Grösste positive Dehnung auf Zugseite des Filmgelenks  
Kerbwirkung beachten!

$$\epsilon_{\max} = \frac{h}{2 \cdot \left(1 + \frac{h}{2 \cdot r_1}\right)} \cdot \beta \leq \epsilon_{zul}$$



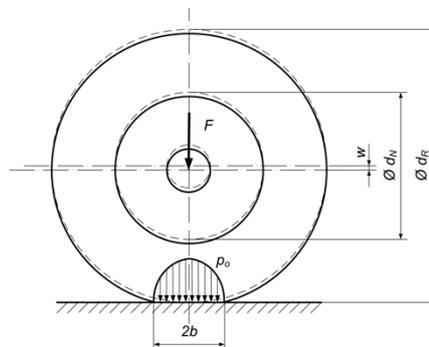
- Grösste positive Dehnung:  
rein geometrische Grösse!

■ Beispiel: Laufmantelrolle

- Kompromiss zwischen möglichst hoher Belastbarkeit und möglichst kurzfristiger, vollständiger Rückverformung: Erfahrungsformel

$$\bar{\epsilon} \approx 3 \cdot \frac{w}{d_R - d_N} \leq \epsilon_{zul}$$

- Abplattung  $w$ :
  - nimmt zeitabhängig zu
  - hängt auch von der Geometrie des Profils ab



■ Knicken schlanker Stäbe unter Druck: Euler-Theorie

- Knickkraft: Übergang vom stabilen zum instabilen Gleichgewicht

$$F_K = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{s^2}$$

- Knickfälle; freie Knicklänge s:

Fall	1	2	3	4	5
					
s	0,5 l	l	2 l	≈ 0,7 l	l

■ Knicken schlanker Stäbe unter Druck: Dehnungsbezogene Betrachtung

- Kritische Dehnung beim Übergang vom stabilen zum instabilen Gleichgewicht: werkstoffunabhängig, rein geometrisch bestimmt!

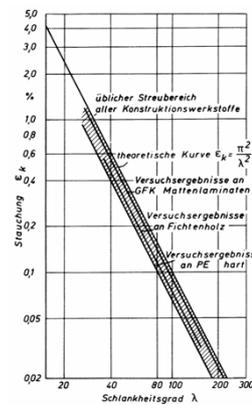
$$\epsilon_K = \frac{\sigma_K}{E} = \frac{F_K}{E \cdot A} = \pi^2 \cdot \frac{I}{s^2 \cdot A} = \frac{\pi^2}{\lambda^2}$$

- Schlankheitsgrad:

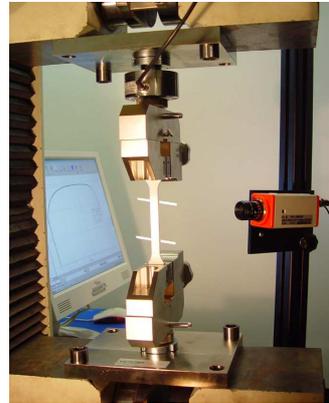
$$\lambda = s \cdot \sqrt{\frac{A}{I}}$$

- Stabilitätsbedingung:

$$|\epsilon| \leq \epsilon_{zul} = \epsilon_K \cdot \frac{C}{S_K}$$



- Dehnungsbezogene Auslegung erfasst das charakteristische Versagensverhalten der Kunststoffe besser
- Verformungen (und damit die Dehnungen) sind direkt sicht- und messbar, Kräfte (und damit die Spannungen) dagegen nicht
- Dehnungen sind die natürlicheren, anschaulicheren Grössen als die Spannungen
- Dehnungsbezogene Auslegung in der Ingenieurausbildung bewusst lehren und in der Praxis konsequent anwenden
- Anliegen an die Werkstoffprüfung: Dehnungs-Grenzwerte systematisch messen und in den Datenlisten dokumentieren



## Auslegung von Kunststoffbauteilen aufgrund kritischer Dehnungen - ein Plädoyer



Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz  
+41 (0)55 222 49 85  
jkunz@hsr.ch

