



Institut für Werkstofftechnik  
und Kunststoffverarbeitung

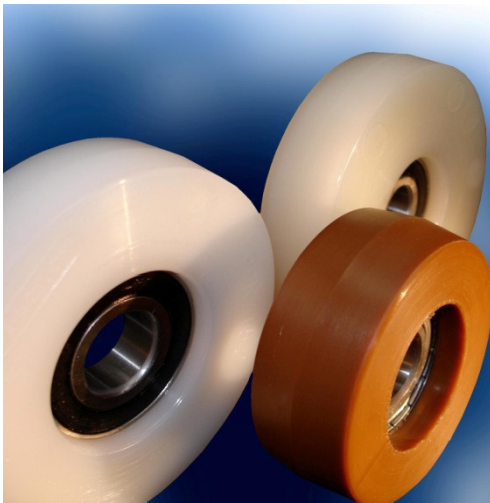
# Kunststoff-Laufrollen und ihre kontaktmechanische Auslegung

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz

# Kunststoff-Laufmantelrollen und ihre kontaktmechanische Auslegung

## Inhalt

1. Einleitung
2. Kontaktmechanik der Laufrollen
3. Kontaktmechanische Auslegung
4. Untersuchungen am IWK
5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel:  
Theoretische Linienberührung
6. Rollen mit sphärischem Laufmantel:  
Theoretische Punktberührung
7. Rollwiderstand
8. Fazit und Ausblick



## 1. Einleitung (1/2)

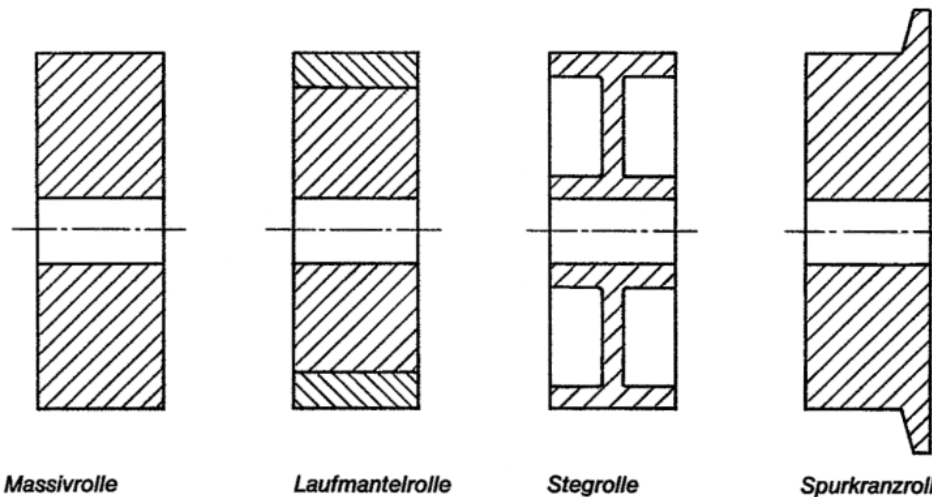
- Aktuelle Berechnungsgrundlagen für statisch belastete oder langsam bewegte Kunststoff-Laufrollen
- Laufrollen: Wichtige Elemente der Fördertechnik
- Laufrollen: Belastung typischerweise radial
- Grundformen, unterschieden nach Rollenkörper:



Faigle, A-Hard



Schwalb, D-Allendorf/Lumda



## 1. Einleitung (2/2)

- Aufbau der Laufmantelrolle:  
Nabe (Rollenkörper) und Laufmantel
- Vorteilhafte Betriebseigenschaften:
  - Geringe Geräusentwicklung
  - hohe mechanische Dämpfung
  - gutes Federverhalten
  - hohe Verschleissfestigkeit
  - geringes Gewicht
  - wirtschaftliche Fertigung (speziell Spritzgiessen)
- Bevorzugte Kunststoffe für den Laufmantel:
  - PA 6
  - PA 66
  - POM
  - PA-G
  - PE-HD
  - PUR
  - TPU



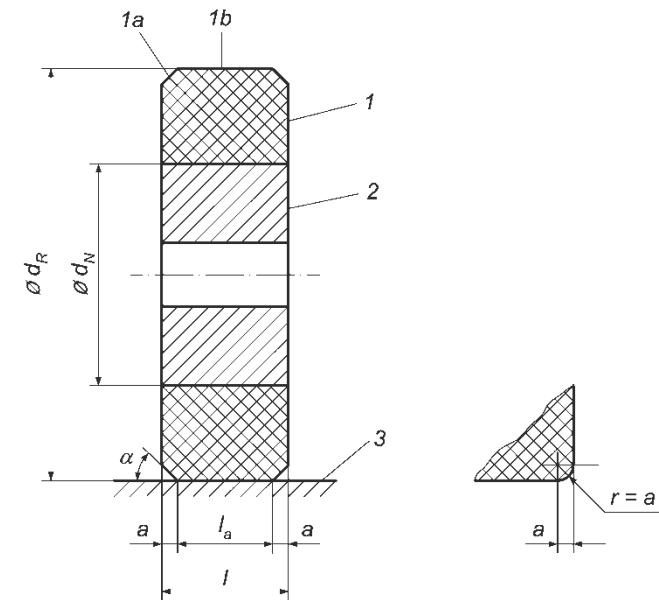
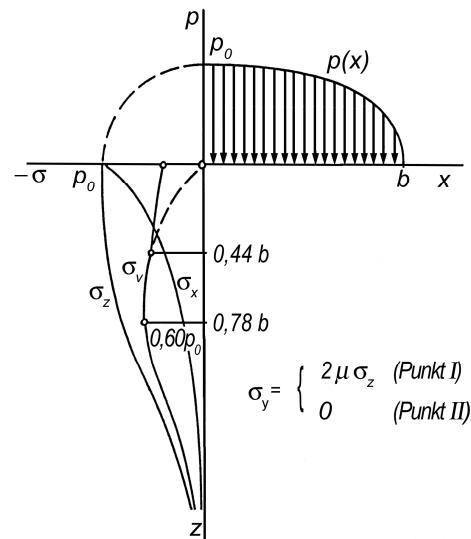
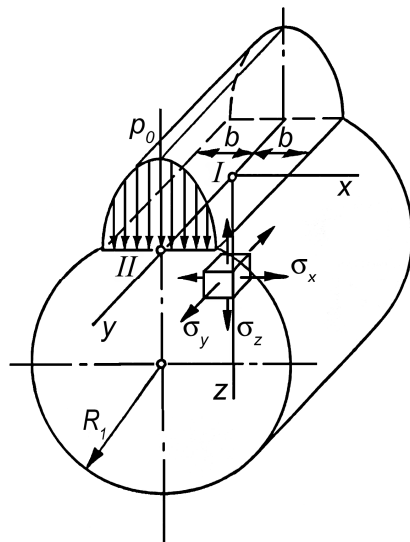
ISG,D-Herscheid



Schnabel,D-Wassertrüdingen

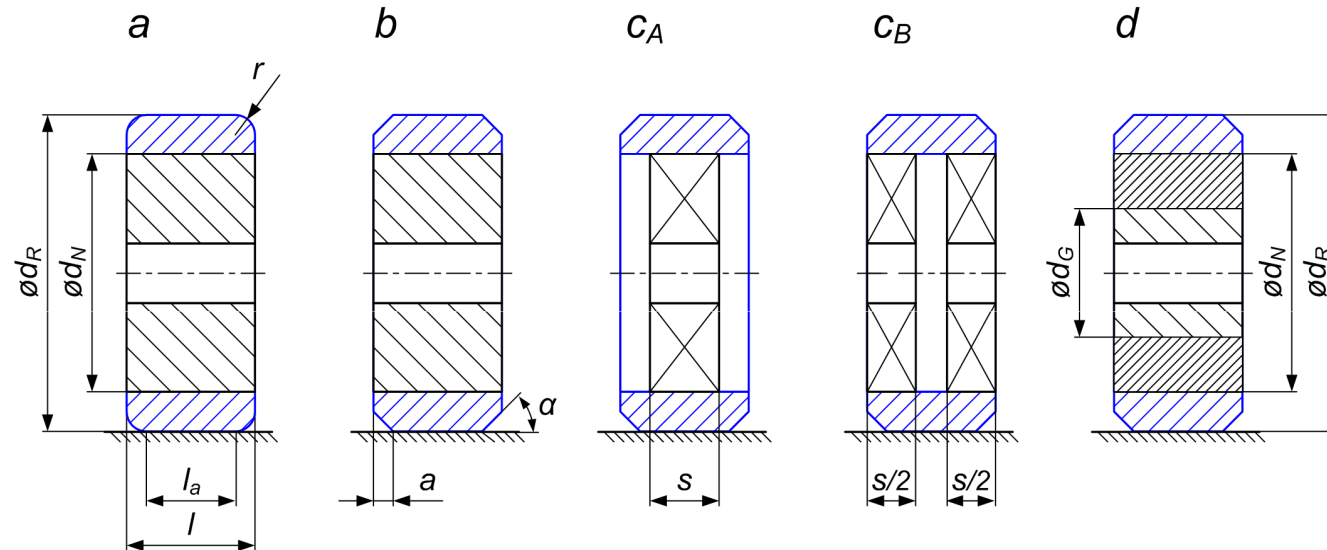
## 2. Kontaktmechanik der Laufrollen (1/4)

- Grundlage: Hertz'sche Theorie der Kontaktprobleme (1881/1882):  
Mechanische Beanspruchung und Verformung bei der Berührung zweier Körper mit gekrümmten Oberflächen unter Kraftwirkung
- Kunststoff-Laufrollen: Berücksichtigung der endlichen Abmessungen und rollenspezifischen Geometrieparameter:
  - Verhältnis der Durchmesser Nabe / Laufrolle
  - Abstützung des Laufmantels auf der Nabe
  - Profilgeometrie, Rundungen, Anfasungen



## 2. Kontaktmechanik der Laufrollen (2/4)

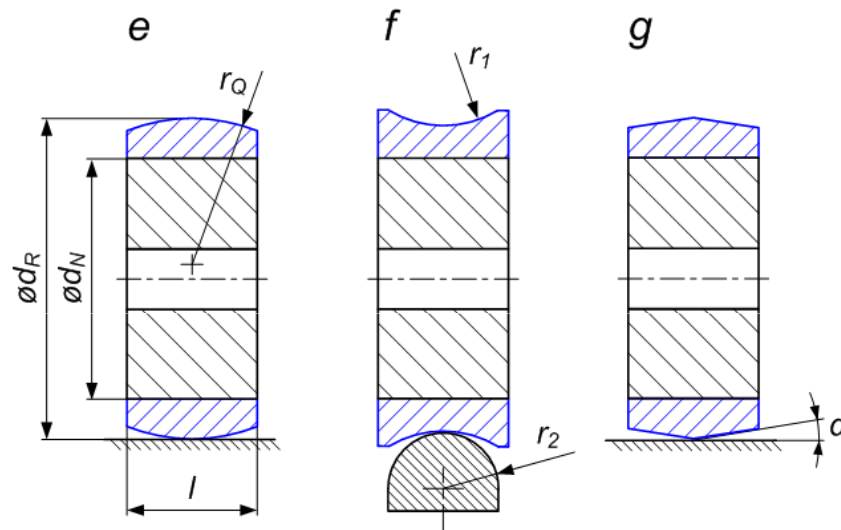
- Laufrollen mit theoretischer Linienberührung – Zylindrischer Laufmantel



- a*: mit Rundung
- b*: mit Anfasung
- c<sub>A</sub>*: mit innerer partieller Abstützung
- c<sub>B</sub>*: mit äusserer partieller Abstützung
- d*: an 2K-Rolle mit weichem Radkörper

## 2. Kontaktmechanik der Laufrollen (3/4)

- Laufrollen mit theoretischer Punktberührung – Sphärischer Laufmantel



Laufmantelprofil:

*e*: konvex

*f*: konkav

*g*: dachartig

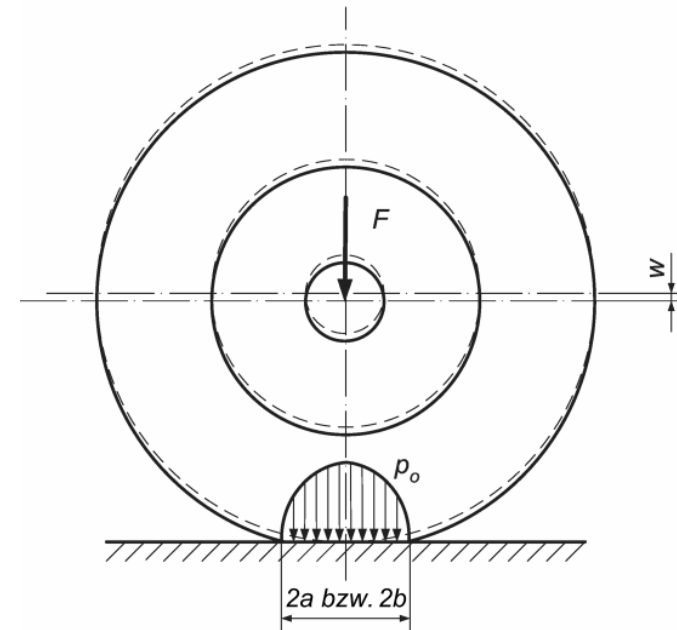
## 2. Kontaktmechanik der Laufrollen (4/4)

- Kontaktmechanische Grössen:

- $a, b$ : Abmessungen der Kontaktfläche (halbe Längen) [mm]
- $p_0$ : Maximaler Kontaktdruck (auch:  $p_{\max}$ ) [N/mm<sup>2</sup> = MPa]
- $w$ : Abplattung bzw. Achsverschiebung unter Belastung  $F$  [mm]

- Weitere interessierende Grössen:

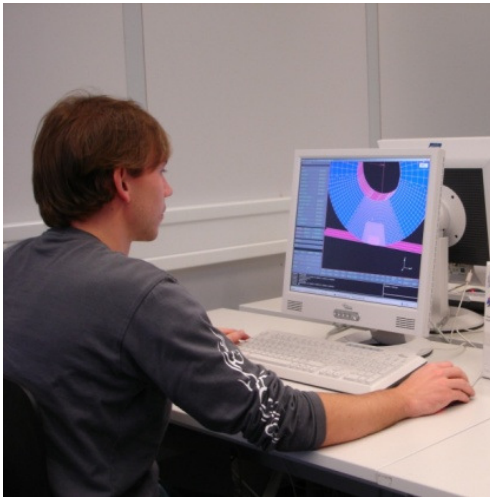
- $\sigma_V$ : maximale Vergleichsspannung
- $\epsilon_{\max}$ : grösste positive Dehnung
- $M_R$ : Rollreibungsmoment





### 3. Kontaktmechanische Auslegung

Zielkonflikt zwischen hoher Belastbarkeit und geringer Verformung



- **Belastbarkeit: Bedingung**

$$p_{\max} \leq p_{zul} \approx k \cdot \sigma_{zul} = k \cdot \sigma_G \cdot \frac{C}{S}$$

$k \approx 7$  : Linienberührung

$k \approx 5$  : Punktberührung

- **Verformung: Bedingung**

$$\varepsilon_{\max} = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \leq \varepsilon_{zul} = \varepsilon_G \cdot \frac{C}{S}$$

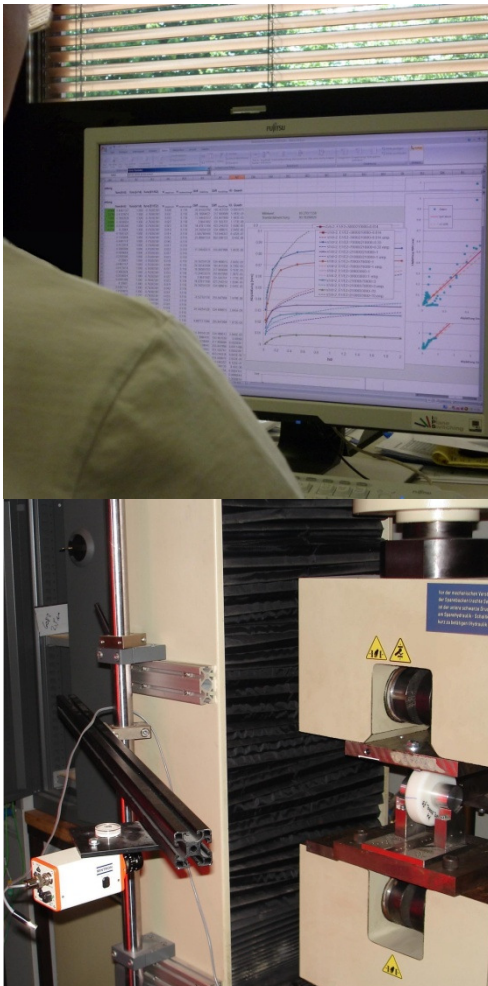
- **Brauchbarer Kompromiss:**

$$\frac{w}{d_R} \leq \left( \frac{w}{d_R} \right)_{zul} \approx \frac{1}{3} \cdot \left( 1 - \frac{d_N}{d_R} \right) \cdot \varepsilon_{zul} \approx 3 \cdot 10^{-3}$$

## 4. Untersuchungen am IWK

### Methodik:

- Zusammenhänge analysieren, entscheidende Parameter erkennen
- Parametereinflüsse mit FEM-Variationen ermitteln
- Ggf. Versuche zur Verifizierung durchführen z.B. Videoextensometrie
- Erkannte Gesetzmässigkeiten mathematisch beschreiben
- Praktikable Berechnungsformeln entwickeln: Möglichst treffend, aber einfach
- Ggf. Empfehlungen für die Gestaltung ausarbeiten



## 5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel: Theoretische Linienberührung (1/6)

- Halbe Breite der rechteckigen Kontaktfläche:

$$b = 1,08 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot d_R}{E_V \cdot l_a}}$$

- Maximaler Kontaktdruck:

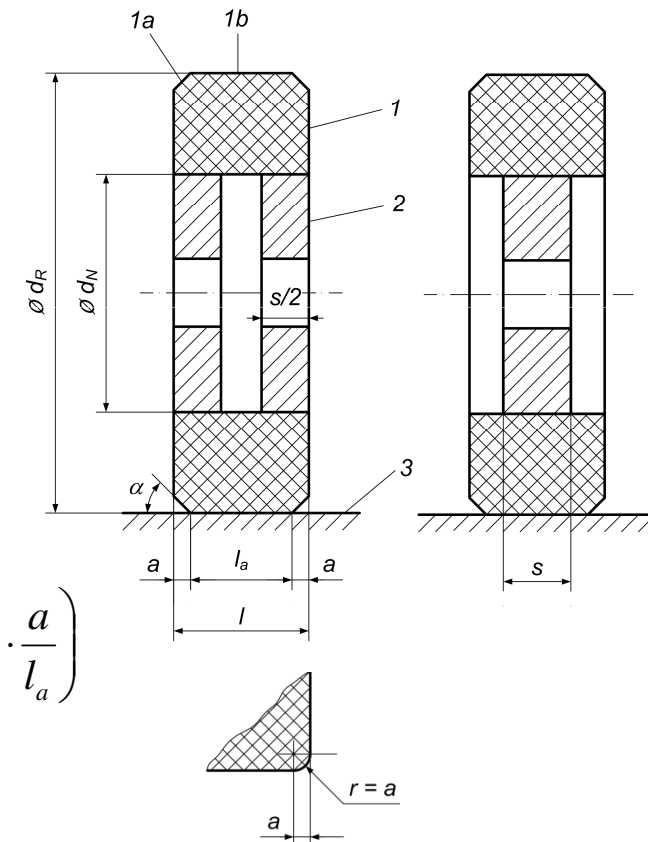
$$p_{\max} \approx \left(1,38 - 0,44 \cdot \frac{s}{l}\right) \cdot p_0 \approx \left(0,81 - 0,26 \cdot \frac{s}{l}\right) \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}}$$

- Abplattung:

$$w \approx 5,7 \cdot \frac{F}{E_V \cdot l_a} \cdot \left\{ 1,2 - 0,65 \cdot \frac{d_N}{d_R} \cdot \left[ 1 - k \cdot \left(1 - \frac{s}{l}\right)^2 \right] \right\} \cdot \left(1 - 0,95 \cdot \frac{a}{l_a}\right)$$

$k \approx 0,94$ : Innere Abstützung

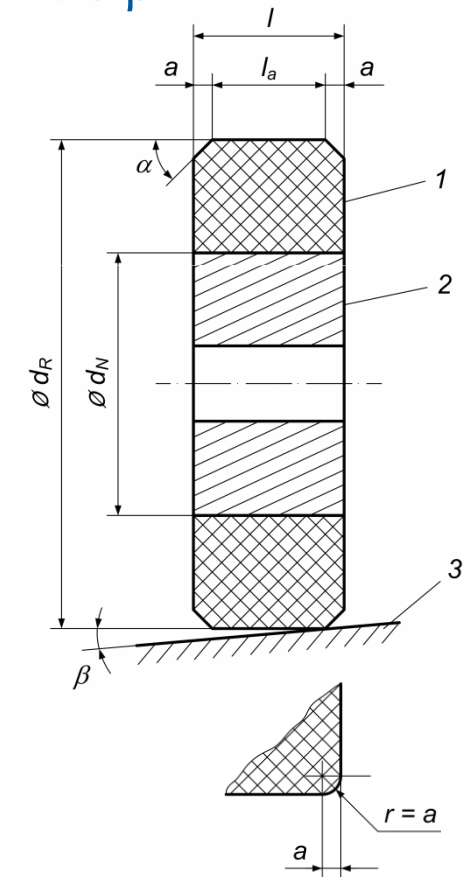
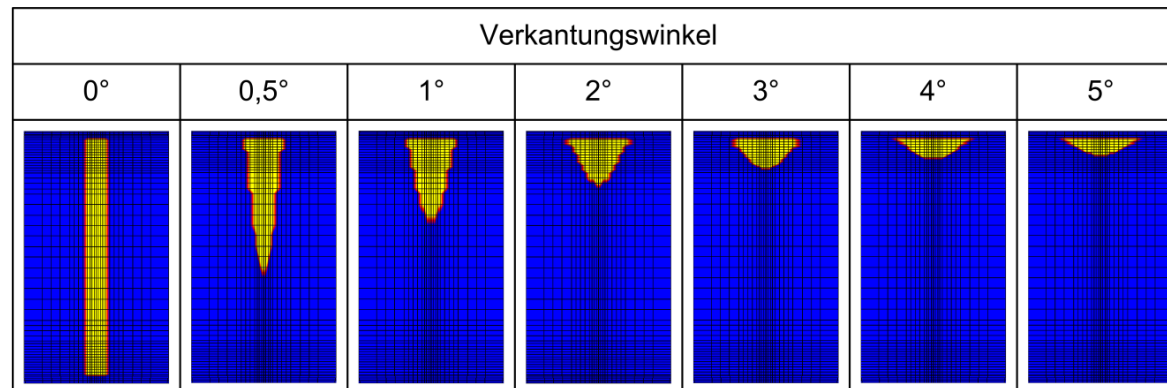
$k \approx 1,26$ : Äussere Abstützung



## 5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel: Theoretische Linienberührung (2/6)

Verkanten zylindrischer Rollen: Einfluss des Verkantungswinkels  $\beta$

- Problem: Übergang zu theoretischer Punktberührung
- Kontaktfläche: in etwa Ellipsensegment



## 5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel: Theoretische Linienberührung (3/6)

Verkanten zylindrischer Rollen: Einfluss des Verkantungswinkels  $0^\circ \leq \beta \leq 5^\circ$

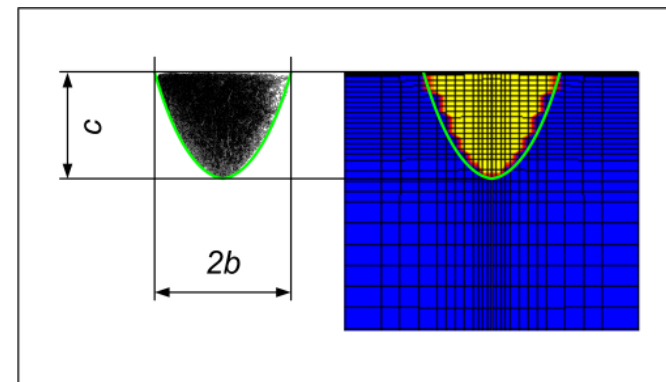
- Maximaler Kontaktdruck:

$$p_{\max} \approx 0,590 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}} \cdot \left\{ 1 + \left[ 4,7 + 10 \cdot \left( \frac{a}{d_R} \right)^{0,25} \right] \cdot \beta^{0,6} \cdot \left( \frac{F}{E_V \cdot l_a^2} \right)^{-0,25} \right\}$$

- Maximale Vergleichsspannung nach von Mises (GEH):

$$\sigma_{V \max} \approx p_{\max} \cdot \left[ 1,41 - 0,65 \cdot \left( 1 - e^{-160 \cdot \beta} \right) \right]$$

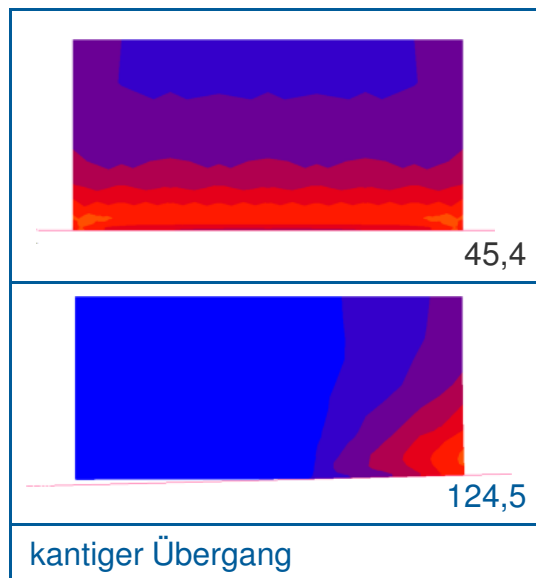
- Abmessungen der Kontaktfläche:  
noch keine Formeln für b und c



## 5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel: Theoretische Linienberührung (4/6)

Gestaltungshinweis:

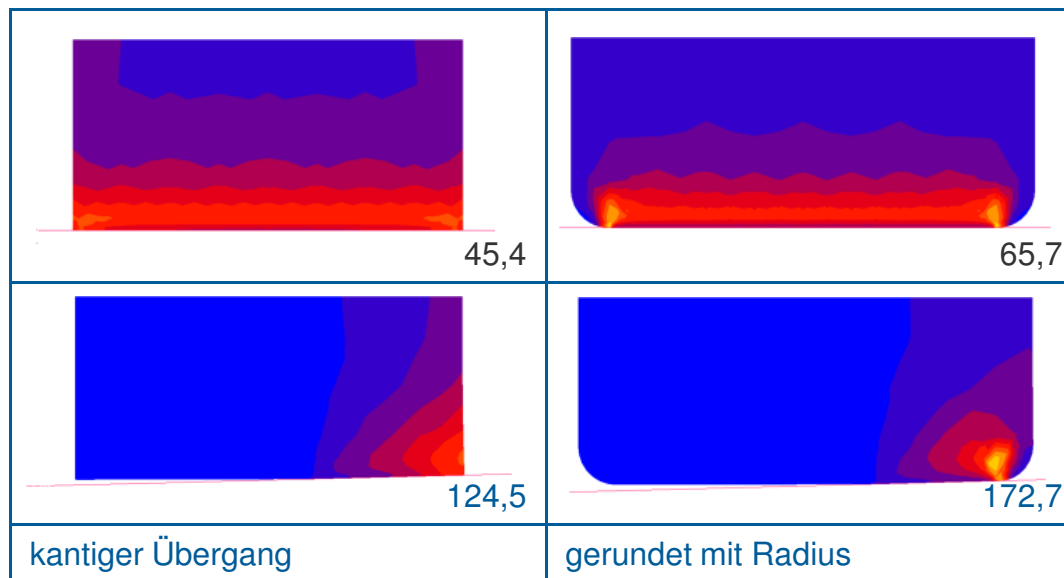
- Übergang Laufmantel / Stirnfläche runden oder anfasen
- Ergebnis erster Untersuchungen: Hohe Spannungskonzentration beim Übergang Laufmantel – Stirnseite insbesondere bei Verkantung (hier:  $1,5^\circ$ )



## 5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel: Theoretische Linienberührung (5/6)

Gestaltungshinweis:

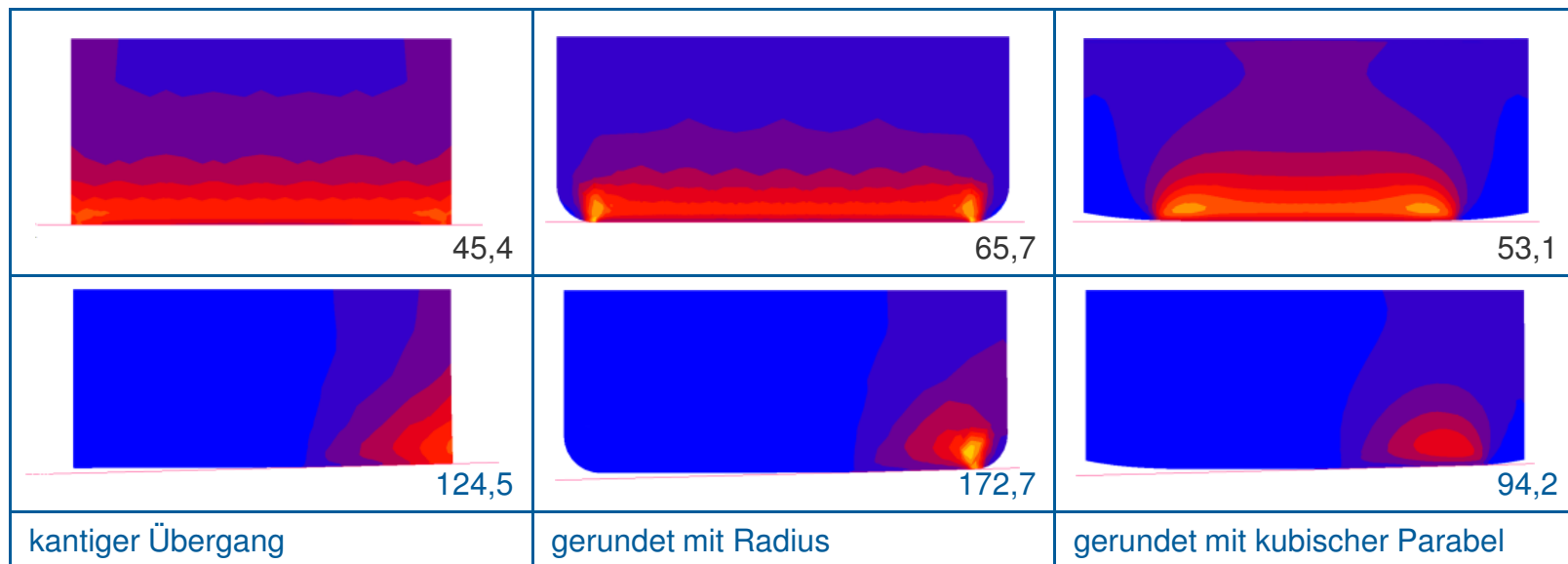
- Übergang Laufmantel / Stirnfläche runden oder anfasen
- Ergebnis erster Untersuchungen: Extreme Spannungskonzentration beim Übergang Laufmantel – Rundungsradius



## 5. Rollen mit zylindrischem Laufmantel: Theoretische Linienberührung (6/6)

Gestaltungshinweis:

- Übergang Laufmantel / Stirnfläche runden oder anfasen
- Ergebnis erster Untersuchungen: Günstige Verhältnisse bei Übergängen in Form einer kubischen Parabel





## 6. Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung (1/6)

Konvexes Laufmantelprofil (1):

- Vergleichskrümmungsradius:

$$R_V = 2 \cdot \frac{r_Q \cdot r_R}{r_Q + r_R}$$

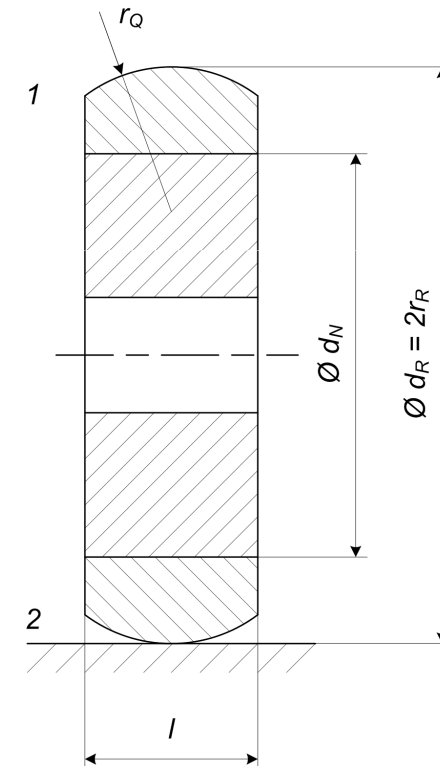
- Krümmungsparameter:

$$\eta = \left| \frac{r_Q - r_R}{r_Q + r_R} \right|$$

- Halbachsen der Kontaktellipse:

$$a \approx (1,11 + 1,16 \cdot \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}}$$

$$b \approx (1,11 - 0,63 \cdot \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}}$$



## 6. Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung (2/6)

Konvexes Laufmantelprofil (2):

- Maximaler Kontaktdruck:

$$p_0 = (0,388 - 0,05 \cdot \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

- Abplattung:

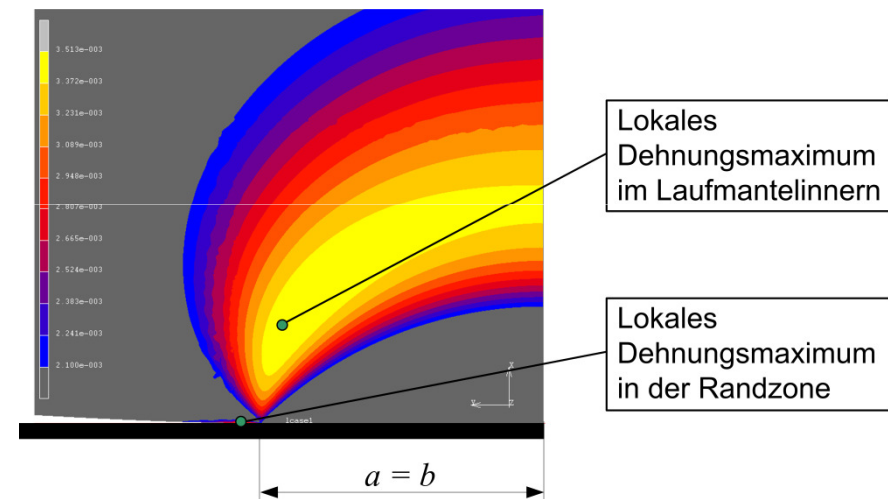
$$w \approx (1,23 - 0,17 \cdot \eta) \cdot \left(1,1 - 0,14 \cdot \frac{d_N}{d_R}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_V}}$$

- Maximale Dehnung:

$$\varepsilon_{\max} \approx (0,82 \cdot \mu - 0,11) \cdot \frac{p_0}{E_C}$$

- Maximale Vergleichsspannung (SSH):

$$\sigma_{V\max} = \sigma_V \left( z \approx \frac{a \cdot b}{a + b} \right) \approx 0,62 \cdot p_0$$



## 6. Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung (3/6)

### Konkaves Laufmantelprofil (1):

- Vergleichskrümmungsradius:

$$R_V = \frac{2}{\frac{2}{d_R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

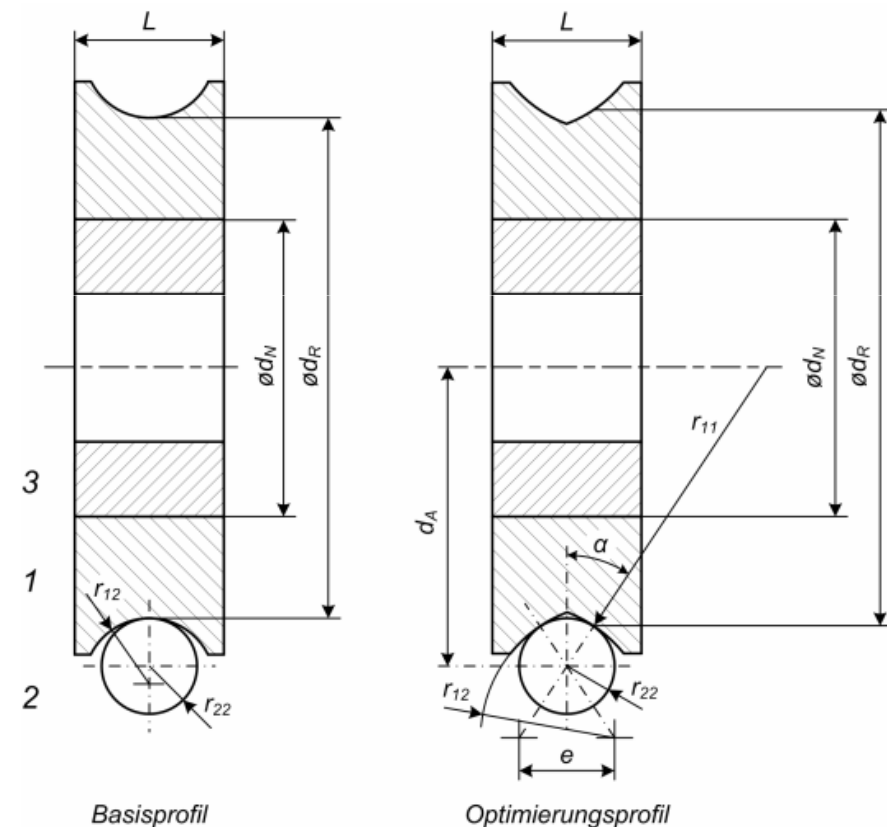
- Krümmungsparameter

$$\eta = \frac{\left| \frac{2}{d_R} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right|}{\frac{2}{d_R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}}$$

- Halbachsen der Kontaktellipse:

$$a \approx 1,1 \cdot (1 - \eta^{0,6})^{-0,4} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}}$$

$$b \approx 1,1 \cdot (1 - \eta^{0,5})^{0,25} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}}$$



## 6. Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung (4/6)

Konkaves Laufmantelprofil (2):

- Maximaler Kontaktdruck:

$$p_0 = 0,388 \cdot (1 - \eta^2)^{0,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

- Abplattung:

$$w \approx 1,23 \cdot (1 - \eta^2)^{0,23} \cdot \left(1 - 0,14 \cdot \frac{d_N}{d_R}\right) \cdot \left(1,07 - 0,13 \cdot \frac{l}{d_R}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_V}}$$

- Maximale Dehnung:

$$\varepsilon_{\max} \approx 0,28 \cdot \frac{p_0}{E_C} \approx 0,11 \cdot (1 - \eta^2)^{0,2} \cdot \frac{1}{E_C} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

- Maximale Vergleichsspannung (SSH):

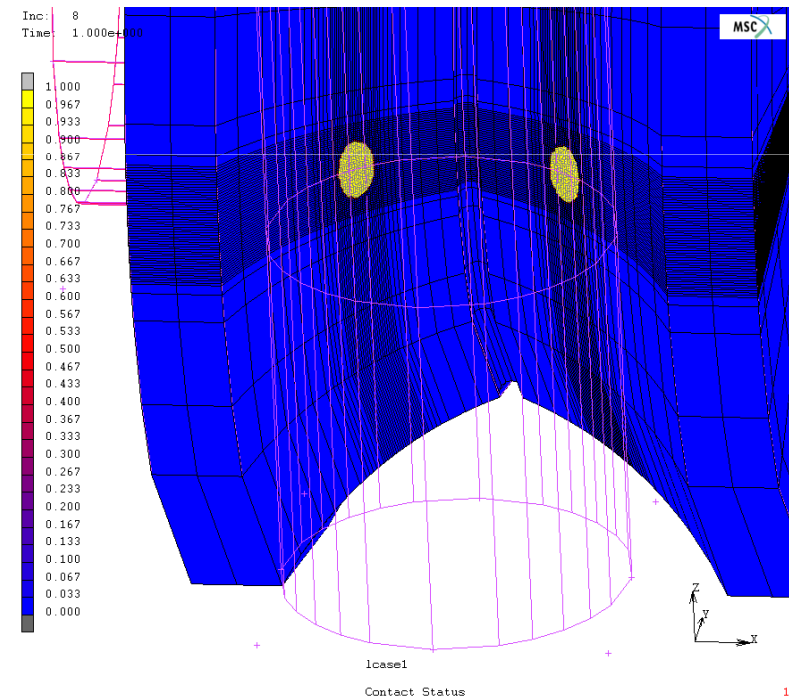
$$\sigma_{V\max} = \sigma_V \left( z \approx \frac{a \cdot b}{a + b} \right) \approx 0,645 \cdot p_0 = 0,25 \cdot (1 - \eta^2)^{0,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}}$$

## 6. Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung (5/6)

Konkaves Laufmantelprofil (3): Optimierung

Zwei theoretische Berührungspunkte

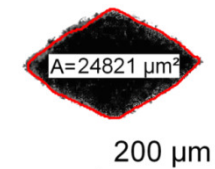
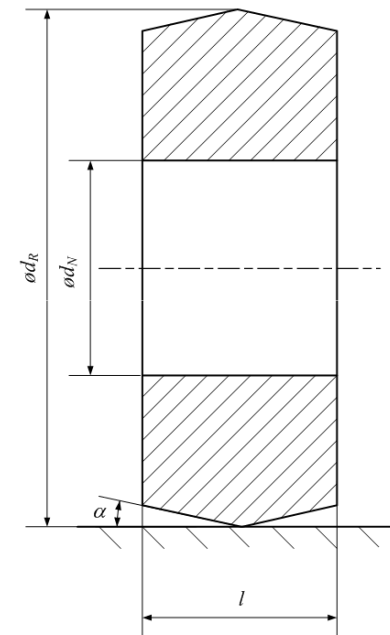
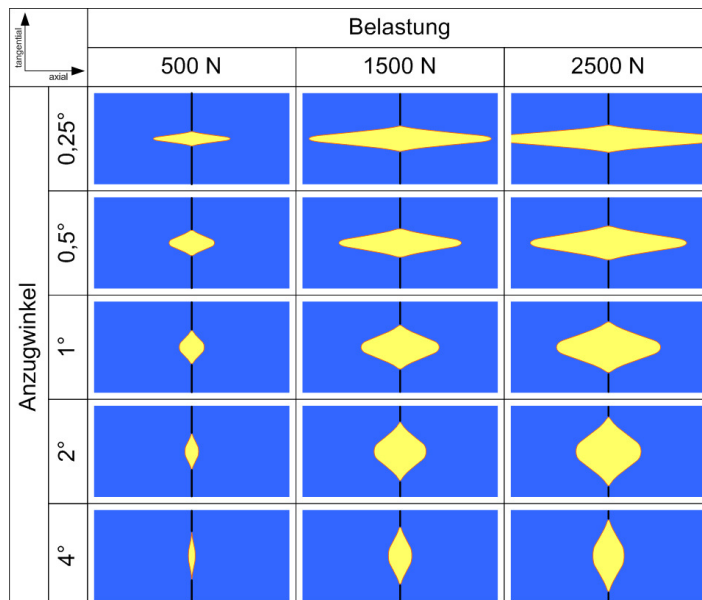
- Rollenlast verteilt sich auf zwei Kontaktflächen
- Kleinere Kontaktflächen, geringerer Rollwiderstand
- Neigung der beiden Kontaktflächen verbessert die seitliche Führung, erhöht aber den Schlupf
- Optimierungsprozedur zur Bestimmung des Laufmantelprofils: Radius, Zentren



## 6. Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung (6/6)

Dachartiges Laufmantelprofil, z.B. beim Spritzgiessen:

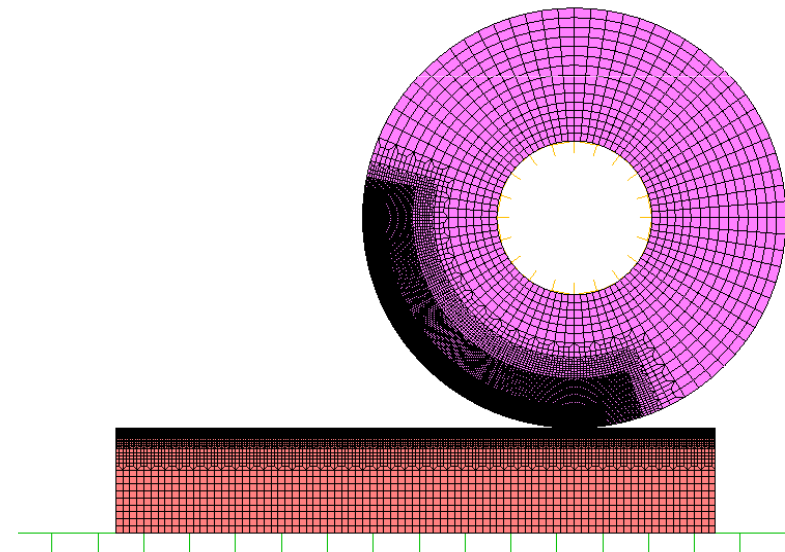
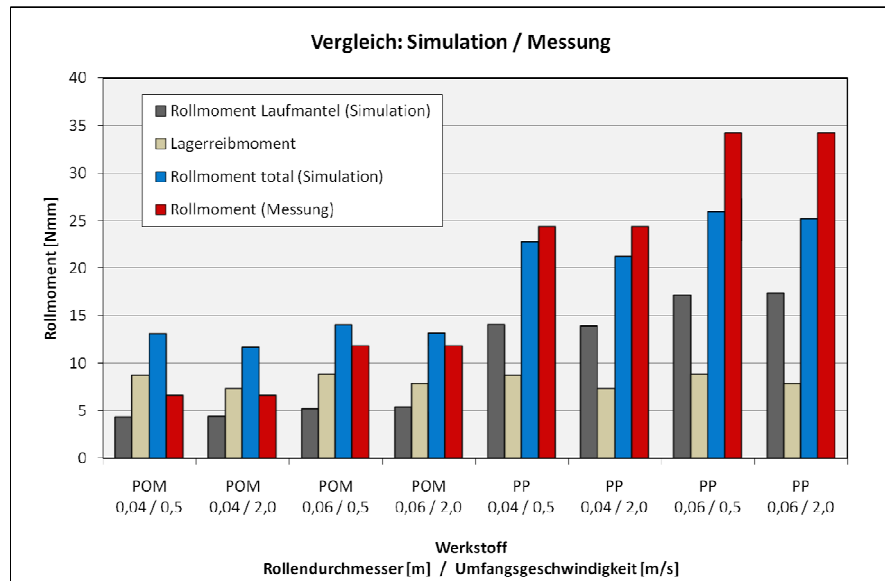
- Hertz'sche Theorie nicht direkt anwendbar
- Formeln für kontaktmechanische Größen in Funktion des Anzugswinkels  $\alpha$  entwickelt
- Kontaktflächen in etwa rautenförmig



## 7. Rollwiderstand zylindrischer Laufrollen

Simulation des Rollwiderstands von Kunststoffrollen mit FEM:

- Erfassung der Viskoelastizität im FEM-Modell
- Bewältigung der grossen Datenmenge (extrem feine Vernetzung)
- Brauchbare Ergebnisse:



## 7. Rollwiderstand zylindrischer Laufrollen

Abschätzung des Rollwiderstands mit einfacher Formel:

- Rollmoment:

$$M_R = F_R \cdot \frac{d_R}{2} \approx 0,68 \cdot \tan \delta_V \cdot F \cdot b \approx 0,73 \cdot \tan \delta_V \cdot \sqrt{\frac{F^3 \cdot d_R}{l_a \cdot E_V}}$$

- Vergleichswert der mechanischen Verlustfaktoren:

$$\tan \delta_V \approx \frac{\tan \delta_L \cdot E_C + \tan \delta_C \cdot E_L}{E_C + E_L}$$

- Voraussetzung: Kenntnis der frequenz- und temperaturabhängigen Speichermoduln und mechanischen Verlustfaktoren beider Werkstoffe
- Näherung mit Ein-Punkt-Daten, z.B. Kurzzeit-Elastizitätsmoduln



## 8. Fazit und Ausblick

### Ergebnisse:

- Verfügbar: Relativ einfach anwendbare Formeln für die kontaktmechanische Auslegung von Kunststoff-Laufmantelrollen
- Berücksichtigung der spezifischen geometrischen Verhältnisse
- Eignung für Berechnungen in der Entwurfsphase, für Tabellenkalkulationen und als Grundlage für allfällige FEM-Analysen

### Offene Punkte:

- Einige Resultate für das Verkanten zylindrischer Laufrollen
- Kontaktsituation konvex-konkav
- Kontaktmechanik von Stegrollen und von Antriebsrollen
- Rollwiderstand bei theoretischer Punktberührung, beim Anfahren und mit Einbezug dynamischer Effekte

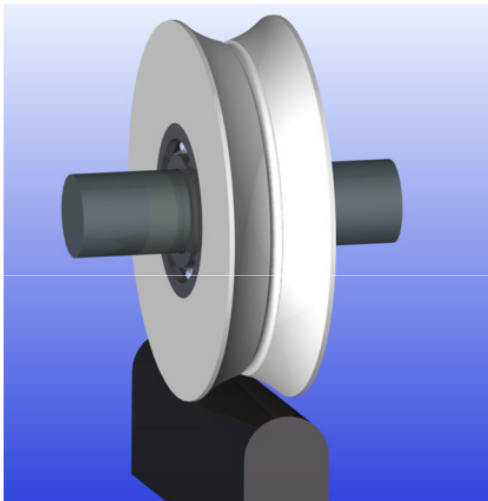
# Kunststoff-Laufmantelrollen und ihre kontaktmechanische Auslegung

## Verdankung

Ein wesentlicher Teil der hier vorgestellten Ergebnisse wurde im Forschungsprojekt „Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen“ erarbeitet.

Für dessen Förderung sei gedankt:

- Forschungsfonds der HSR, Rapperswil
- Gebert RUF Stiftung, Basel





Danke  
für Ihre Aufmerksamkeit ...

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz  
+41 (0)55 222 49 85  
jkunz@hsr.ch