

Kunststoff-Laufmantelrollen und ihre kontaktmechanische Auslegung

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, IWK Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung Rapperswil

Zusammenfassung

Beschrieben wird die ingenieurmässige Auslegung statisch belasteter und/oder langsam bewegter Laufrollen mit Kunststoffmantel von zylindrischem, konvexem, konkavem oder dachartigem Profil, darunter eine neuartige zylindrische Rolle mit Zweikomponentenaufbau. Basis dieser Auslegung ist die Kontaktmechanik unter Berücksichtigung der zeitabhängig abnehmenden Werkstoffsteifigkeit, wie sie für Kunststoffe charakteristisch ist. Für verschiedene Rollenprofile werden auszugsweise relativ einfach anwendbare, am IWK erarbeitete bzw. evaluierte Formeln für die Berechnung der wesentlichen kontaktmechanischen Grössen präsentiert. Dazu gehören der Kontaktdruck zwischen Rolle und Unterlage, die Kontaktfläche, die Rollenabplattung sowie die Vergleichsspannung und die maximale Dehnung als wichtige Auslegungskriterien, alles in Abhängigkeit der massgebenden Geometrie- und Werkstoffparameter, ergänzt durch Hinweise für eine optimale Gestaltung. Es wird auch auf die Berechnung bzw. Abschätzung des Rollwiderstands von Kunststoff-Laufmantelrollen eingegangen.

1 Einleitung

Statisch belastete und/oder relativ langsam bewegte Rollen mit Kunststoff-Laufmantel lassen sich dank neuer Berechnungsgrundlagen gezielter und zuverlässiger auslegen. Vergleichsweise einfach anwendbare Formeln beschreiben die Zusammenhänge zwischen den kontaktmechanischen Grössen und den massgebenden Geometrie- und Werkstoffparametern solcher Rollen und ermöglichen bzw. erleichtern damit deren ingenieurmässige Berechnung.

Laufrollen als wichtige Elemente insbesondere der Fördertechnik sind typischerweise radial belastet. Dies im Unterschied zu Antriebsrollen, die auch in Umfangsrichtung bzw. durch ein Drehmoment belastet sind. Sie weisen häufig einen Laufmantel aus Kunststoff auf (Bild 1). Damit verbinden sich vorteilhafte Betriebseigenschaften wie geringe Geräuschentwicklung, hohe mechanische Dämpfung, gutes Federverhalten, hohe Verschleissfestigkeit und geringes Gewicht mit einer wirtschaftlichen Fertigung. Letzteres gilt speziell für die Herstellung im Spritzgiessverfahren.

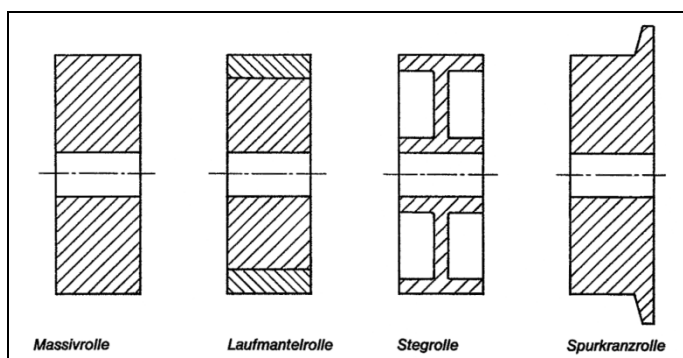


Bild 1: Laufrollen: Grundformen, unterschieden nach Rollenkörper [1]

Die hier betrachteten Laufmantelrollen bestehen im Wesentlichen aus einer Nabe und einem Laufmantel. Die Nabe, zuweilen auch als Rollenkörper bezeichnet, besteht in der Regel aus einem metallischen Werkstoff; sie kann massiv oder in Form eines Wälzlagers vorliegen. Der Laufmantel kann aufgepresst oder umspritzt sein und je nach Funktion und Geometrie der Gegenfläche (auch als

Laufbahn oder Unterlage bezeichnet) ein zylindrisches, konvexes, konkaves oder dachartiges Profil aufweisen.

Als Kunststoffe eignen sich vorzugsweise

- Polyamid 6 (PA 6) als Standardwerkstoff für Laufrollen [2],
- Polyamid 66 (PA 66) bei höheren Anforderungen,
- Polyacetal (POM), allerdings bei rauher Oberfläche der Laufbahn (Unterlage) mit geringerem Verschleisswiderstand als PA-Rollen,
- Gusspolyamid (PA-G) für sehr grosse und dickwandige Rollen,
- Polyethylen hoher Dichte (PE-HD) mit guter Beständigkeit in korrosiver Atmosphäre, aber geringerer Tragfähigkeit,
- Polyurethan (PUR) in chemisch vernetzter Form oder
- Thermoplastisches Polyurethan (TPU) für besonders hohe Geräuschkämpfung.

2 Kontaktmechanik der Laufrollen

2.1 Grundsätzliches

Die Kontaktmechanik der Laufrollen basiert auf der Hertzschen Theorie der Kontaktprobleme [3, 4] bzw. den daraus abgeleiteten, in maschinentechnischen Handbüchern aufgeführten Formeln [5, 6]. Diese Grundlagen beschreiben die mechanische Beanspruchung und die Verformung bei der Berührung zweier Körper mit gekrümmten Oberflächen unter Kraftwirkung. Da sie aber von weitreichenden Idealisierungen ausgehen, sind sie für reale Rollen nicht unbedingt passend. Eine Kontaktmechanik der Laufrollen hat einerseits zu berücksichtigen, dass rollenspezifische Geometrieparameter wie Verhältnis der Durchmesser von Nabe und Laufrolle, Abstützung des Laufmantels auf der Nabe, Profilgeometrie, Rundungsradien, Anfasungen usw. von teilweise erheblichem Einfluss sind, andererseits aber auch das viskoelastische Werkstoffverhalten der aus Kunststoff bestehenden Komponenten.

2.2 Kontaktgeometrie

Je nach den geometrischen Gegebenheiten im Kontaktbereich zwischen Laufrolle und Laufbahn liegt theoretische Linienberührung (Bild 2) oder theoretische Punktberührung (Bild 3) vor.

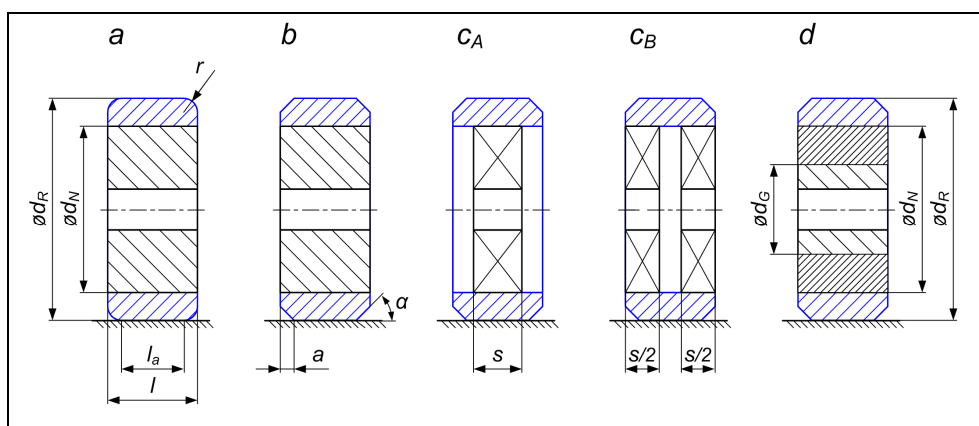


Bild 2: Theoretische Linienberührung von Laufrollen [7]

- a: Zylindrischer Laufmantel mit Rundung
- b: Zylindrischer Laufmantel mit Anfasung
- cA: Zylindrischer Laufmantel mit innerer partieller Abstützung
- cB: Zylindrischer Laufmantel mit äusserer partieller Abstützung
- d: Zylindrische 2K-Rolle mit weichem Radkörper

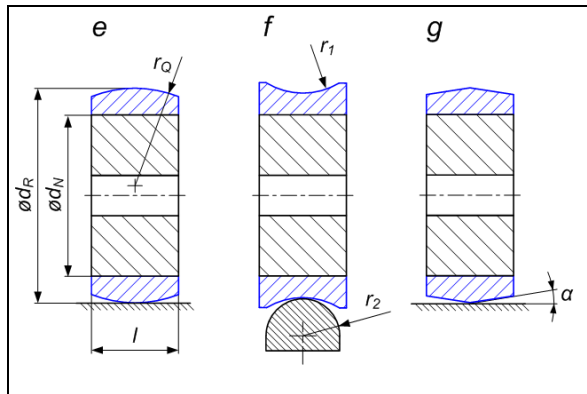


Bild 3: Theoretische Punktberührung von Laufrollen [7]

- e: Konvexes Laufmantelprofil
- f: Konkaves Laufmantelprofil
- g: Dachartiges Laufmantelprofil

2.3 Kontaktmechanische Grössen

In der Kontaktmechanik der Laufrollen sind

- der maximale Kontaktdruck,
 - die Abmessungen bzw. die Grösse der entstehenden Kontaktfläche,
 - die Rollenabplattung, also die Verschiebung des Rollenzentrums in Richtung Unterlage
- die bestimmenden Grössen für die Erfassung von Beanspruchung und Verformung (Bild 4).

Bei der Auslegung interessieren aber auch

- die maximale Vergleichsspannung sowie
- die grösste positive Dehnung als Kriterium für das Vermeiden irreversibler Verformungen.

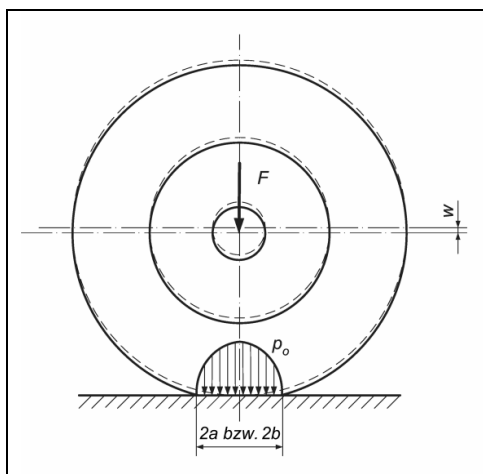


Bild 4: Kontaktmechanische Grössen an der Laufrolle

- a, b : Halbe Länge der Kontaktfläche in Umfangsrichtung [mm]
- p_0 : Maximaler Kontaktdruck [N/mm^2]
- w : Abplattung bzw. Achsverschiebung unter Belastung F [mm]

Für diese Grössen sind nicht nur die lokalen Kontaktverhältnissen zwischen Rolle und Laufbahn und die mechanischen Eigenschaften der beteiligten Werkstoffe bestimmend, sondern auch die konkreten rollenspezifischen Geometrieparameter.

In einem gewissen Zusammenhang mit der klassischen Kontaktmechanik stehen auch der Rollwiderstand als weitere wichtige Eigenschaft der Laufrollen [8] und generell die hier nicht behandelte dynamische Auslegung mit Berücksichtigung von Rollgeschwindigkeit bzw. Rollfrequenz [2].

3 Kontaktmechanische Auslegung

3.1 Ziele

Die kontaktmechanische Auslegung ist ein wichtiger Teil des gesamten Auslegungsprozesses der Laufrollen. Sie zielt einerseits auf die Sicherstellung einer grösstmöglichen Belastbarkeit ohne Werkstoffschädigung, andererseits aber auch auf eine möglichst geringe und gleichzeitig möglichst reversible Abplattung der Lauffläche, d.h. eine nicht allzu grosse Kontaktfläche. Allfällige bleibende Verformungen sollten von vernachlässigbarer Grösse sein. Diese Forderungen, die bei Kunststoffrollen wegen der vergleichsweise geringen Steifigkeit der Polymerwerkstoffe in einen Zielkonflikt münden, müssen bei der Auslegung sorgfältig gegeneinander abgewogen werden.

3.2 Belastbarkeit

Die Belastbarkeit einer Rolle wird üblicherweise durch die Bedingung begrenzt, dass der maximale Kontaktdruck p_{\max} eine zulässige Grösse p_{zul} nicht überschreiten darf, also

$$p_{\max} \leq p_{zul} \quad (1)$$

Für die Festlegung von p_{zul} kann bei quasistatischer Belastung eine Verknüpfung dieser Grösse mit der zulässigen Spannung [9] beigezogen werden gemäss

$$p_{zul} \approx k \cdot \sigma_{zul} = k \cdot \sigma_G \cdot \frac{C}{S} \quad (2)$$

Bei Kontaktproblemen mit Linienberührung gilt für den Zahlenwert in (2) die Grössenordnung $k \approx 5$, bei Punktberührung $k \approx 7$. Als Spannungs-Grenzwert σ_G bietet sich die Streckspannung σ_Y an (Yield Stress; DIN EN ISO 527), auch wenn Kunststoffrollen weit weniger hoch belastet werden sollten. Anhaltspunkte für eine zweckmässige Festlegung des Sicherheitsfaktors S gibt es indessen kaum, so dass man allgemein auf Erfahrungswerte angewiesen ist. Rückrechnungen an handelsüblichen PA-Rollen führen beispielsweise zur Grössenordnung $3 \leq S \leq 5$. Abhängigkeiten von der Belastungsdauer und der Temperatur sind mit dem Einflussfaktor C zu erfassen.

Werkstoffschädigungen und damit bleibende Verformungen können mit der Bedingung vermieden werden, dass die grösste positive Dehnung unter der statischen Last nicht zur Bildung von Mikrorissen und Crazes führt, also mit der Forderung

$$\varepsilon_{\max} = \max(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) \leq \varepsilon_{zul} = \varepsilon_G \cdot \frac{C}{S} \quad (3)$$

Für den Dehnungs-Grenzwert ε_G wird zweckmässigerweise die sog. Fließgrenzdehnung oder kritische Dehnung $\varepsilon_{F\infty}$ eingesetzt, ein nicht genormter Werkstoffkennwert, der für teilkristalline Rollenwerkstoffe die typische Grössenordnung von 2 % aufweist [10]. Bei statischer Belastung kann in der Praxis meistens mit $C = S = 1$ gerechnet werden.

3.3 Verformung

Die Abplattung nimmt entsprechend der zeitabhängig abnehmenden Kunststoffsteifigkeit mit der Dauer der statischen Belastung zu, nach beendetem Stillstand erfolgt eine zeitabhängige Rückverformung. Die entstehende Kontaktfläche darf indessen nicht so gross werden, dass sie nach beendetem Stillstand zu einer spürbaren Rollenverformung führt. Eine solche würde den Anrollvorgang behindern und das gleichmässige Abrollen verunmöglichen, was wiederum die Laufruhe reduziert. Als brauchbarer Kompromiss zwischen der Forderung nach möglichst hoher Belastbarkeit und möglichst kurzfristiger Rückverformung hat sich – in Anlehnung an [11] – das Verhältnis

$$\frac{w}{d_R} \approx \frac{1}{3} \cdot \left(1 - \frac{d_N}{d_R}\right) \cdot \varepsilon_{zul} \approx 3 \cdot 10^{-3} \quad (4)$$

erwiesen [1]. Darin kann ε_{zul} in der Grössenordnung der Fließgrenzdehnung des verwendeten Werkstoffs eingesetzt werden, d.h. bei PA und POM mit ca. 2%.

4 Untersuchungen am IWK

4.1 Methodik

Da der Konstruktionspraxis für die kontaktmechanische Auslegung von Kunststofflaufrollen nur unzureichende Grundlagen zur Verfügung standen, wurden am IWK in den vergangenen Jahren umfangreiche Untersuchungen zum Thema durchgeführt. Die angewendete Methodik verbindet in bewährter Weise theoretisch-analytische Betrachtungen, gezielte Versuche und rechnerisch-numerische Parameterstudien mittels der Finite Elemente Methode (FEM).

4.2 Experimente

Für die Experimente wurden eine eigens dafür entwickelte Abplattungsmesseinrichtung und die Videoextensometrie (Bild 5) eingesetzt. Untersucht wurden einerseits speziell hierfür hergestellte Versuchsrollen aus POM, teilweise aber auch im Handel erhältliche Rollen. Die erforderlichen Kriechmoduln wurden nach demselben Messprinzip ermittelt. Die Belastung der Rollen bestand aus einer statischen bzw. quasistatischen Radiallast im Zentrum der Nabe. Dieser Fall ist für die Berechnung der statischen Tragfähigkeit, des Verformungsverhaltens im Stillstand und der Federwirkung bei langsamer Bewegung von Bedeutung, indirekt aber auch für die Beurteilung des Anfahrwiderstands.

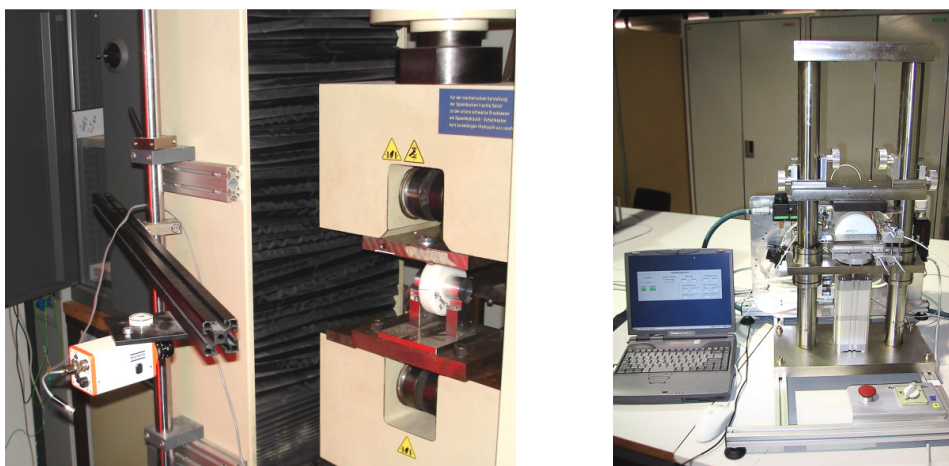


Bild 5: Abplattungsmessung an zylindrischen Rollen mittels Videoextensometrie (links) bzw. speziell gebauter Messvorrichtung (rechts)

4.3 Auswertung

Bei der Auswertung der Resultate wurden die gefundenen Gesetzmässigkeiten qualitativ herausgearbeitet und anschliessend mathematisch beschrieben, um daraus, aufbauend auf die Hertzsche Theorie der Kontaktprobleme, geeignete Berechnungsformeln abzuleiten. Hierbei stand aber nebst der Erzielung realistischer Ergebnisse die praktische Handhabbarkeit dieser Formeln im Vordergrund. Deshalb wurden da und dort zugunsten der Einfachheit gewisse Abstriche an der Genauigkeit hingenommen. Wie die bisherigen Erfahrungen zeigen, genügen die bis dato entwickelten Berechnungsformeln diesen Kriterien. Dasselbe Vorgehen hat sich in der Zwischenzeit auch erfolgreich bei verschiedenen konkreten Fragestellungen aus der Industrie bewährt.

5 Rollen mit zylindrischem Laufmantel

5.1 Theoretische Linienberührung

Ideale Zylinder berühren die achsparallele Unterlage idealerweise und im unverformten Zustand längs einer Linie. Die unter Last eintretende Verformung zeigt sich dann in Form einer rechteckigen Kontaktfläche. Reale zylindrische Laufmantelrollen weichen in mehrfacher Hinsicht vom idealen Zylinder ab, so namentlich durch die Nabe, auf welcher der Laufmantel vollständig oder nur partiell abgestützt sein kann, aber auch dadurch, dass der Zylindermantel in der Regel eine mehr oder weniger ausgeprägte Anfasung bzw. Rundung zu den Stirnseiten aufweist (Bilder 2 a und b). Diese Gegebenheiten können sich auf die kontaktmechanischen Grössen unterschiedlich stark auswirken, wie dies die nachstehenden Formeln zeigen, die für das Beispiel zylindrische Laufmantelrolle mit partieller Abstützung (Bild 2 c) geltend.

Die Untersuchungen zeigten, dass die erwähnten Einflüsse auf die halbe Breite b der rechteckigen Kontaktfläche und den maximalen Kontaktdruck p_{\max} unbedeutend sind [12, 13]. Damit können die bekannten, für ideale Zylinder geltenden Beziehungen

$$b = 1,08 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot d_R}{E_V \cdot l_a}} \quad (5)$$

$$p_{\max} = p_0 \approx 0,590 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}} \quad (6)$$

angewendet werden. Gegen die Anfasung bzw. Abrundung hin weicht die Form der Kontaktfläche allerdings vom Rechteck ab; die Breite kann dort bis zu 15 % grösser sein. In diesen Formeln bedeutet

$$E_V = 2 \cdot \frac{E_C \cdot E_L}{E_C + E_L} \quad (7)$$

den Vergleichs-Elastizitätsmodul für den Kontakt zwischen Kunststoff-Laufmantel (Kriechmodul E_C in Abhängigkeit der statischen Belastungsdauer und gegebenenfalls der Temperatur) und Laufbahn bzw. Unterlage (Elastizitäts- bzw. Kriechmodul E_L).

Bei dünnerem Laufmantel im Bereich $0,6 \leq d_N/d_R \leq 0,8$ wird ein deutlicher, praktisch linearer Einfluss der partiellen Abstützung spürbar, was in den Grenzen $0,2 \leq s/l \leq 0,8$ mit der Formel

$$p_{\max} \approx \left(1,38 - 0,44 \cdot \frac{s}{l}\right) \cdot p_0 \approx \left(0,81 - 0,26 \cdot \frac{s}{l}\right) \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}} \quad (8)$$

recht gut erfasst werden kann.

Die Abplattung w , definiert als die radiale Verschiebung des Rollenzentrums unter der Last F (Bild 4), lässt sich mit einer quadratischen Funktion des Abstützungsverhältnisses s/l beschreiben. So führt die Beziehung

$$w \approx w_0 \cdot \left\{ 1,2 - 0,65 \cdot \frac{d_N}{d_R} \cdot \left[1 - k \cdot \left(1 - \frac{s}{l} \right)^2 \right] \right\} \cdot \left(1 - 0,95 \cdot \frac{a}{l_a} \right) \quad (9)$$

im Gültigkeitsbereich $0,4 \leq d_N/d_R \leq 0,8$; $0 \leq a/l_a \leq 0,2$; $0,2 \leq s/l \leq 1,0$ zu gut brauchbaren Resultaten. Für die innere Abstützung (Bild 2 c_A) wurde der Zahlenfaktor mit $k \approx 0,94$ ermittelt, für die äussere Abstützung (Bild 2 c_B) liegt er mit $k \approx 1,26$ etwas höher. Dabei macht es praktisch keinen Unterschied, ob der Übergang von der zylindrischen Lauffläche zur Stirnfläche mit einer Fase der Länge a oder einem Radius $r = a$ ausgeführt wird. In (9) ist

$$w_0 \approx 5,7 \cdot \frac{F}{E_V \cdot l_a} \quad (10)$$

die Abplattung beim Kontakt idealer achsparalleler Zylinder unter Kraftwirkung. Da sich hierfür aus der Hertzschen Theorie analytisch keine Beziehung ableiten lässt, musste eine solche Lösung auf anderem Weg erst erarbeitet werden [14].

Komplexer sind die Verhältnisse, wenn wie bei neuartigen 2K-Laufrollen zwischen dem zylindrischen Laufmantel hoher Steifigkeit und der Nabe ein weicher Radkörper integriert wird (Bild 2 d). Diese Konzeption weist mit zwei weiteren Durchmesser-Verhältnissen und den unterschiedlichen Steifigkeiten von Laufmantel und Radkörper zusätzliche Parameter auf, die sich auf die kontaktmechanischen Größen auswirken. Dennoch konnten wenigstens teilweise analoge, aber entsprechend kompliziertere Berechnungsformeln aufgestellt werden [15]. Als Vorteil solcher Rollen verspricht man sich dank geringer lokaler Verformungen ein leichtes, reibungsarmes Abrollen, während der Radkörper mit seiner geringen Steifigkeit für die erwünschte Dämpfung und die hohe Nachgiebigkeit sorgt.

5.2 Verkanten zylindrischer Laufrollen

Wenn zylindrische Kunststoffrollen gegenüber der Unterlage verkanten, geht die theoretische Linienberührung über in theoretische Punktberührung (Bild 6). Damit gehen auch die Vorteile der Linienberührung verloren, die da sind: grössere Kontaktfläche und dementsprechend geringere Werte von Kontaktdruck und Abplattung sowie geringerer Rollwiderstand, da die Abmessung der Kontaktfläche in Laufrichtung beim Zylinder kleiner ist als bei Punktberührung. Verkanten tritt in der Praxis vor allem bei Unebenheiten der Unterlage auf, aber auch durch die Nachgiebigkeit der Rollenlagerung und/oder Ungenauigkeiten bei der Montage der Rollenachsen.

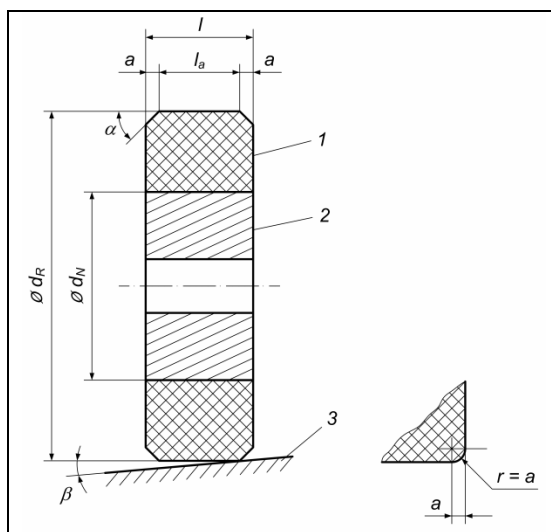


Bild 6: Zylindrische Laufmantelrolle mit Verkantung [16]

- 1: Laufmantel mit zylindrischem Profil und Anfasung bzw. Abrundung
- 2: Nabe
- 3: Unterlage (Laufbahn), verkantet
- β : Verkantungswinkel [° bzw. rad]

Das Problem bei der Entwicklung von Berechnungsformeln besteht im Übergang von der theoretischen Linienberührung bei $\beta = 0$ zur theoretischen Punktberührung bei Verkantungswinkeln $\beta > 0$. Für die Praxis ist aber eine Theorie wünschbar, die beide Situationen umfasst. Die am IWK entwickelten Berechnungsformeln erfüllen die genannte Anforderung. Sie beschreiben die kontaktmechanischen Größen mit hinreichender Genauigkeit für Verkantungswinkel im Bereich $0^\circ \leq \beta \leq 5^\circ$ bzw. $0,087 \text{ rad}$. Eine Ausnahme bildet die Beziehung für die maximale Dehnung, deren Gültigkeit sich auf $0,5^\circ \leq \beta \leq 5^\circ$ beschränkt. In den Formeln ist der Winkel β im Bogenmass [rad] einzugeben.

Der maximale Kontaktdruck tritt im theoretischen Berührungspunkt des verkanteten zylindrischen Laufmantels mit der ebenen Unterlage auf, d.h. am Rand der zylindrischen Lauffläche. Seine Abhängigkeiten von den verschiedenen Parametern, so insbesondere vom Verkantungswinkel β , werden recht gut erfasst mit der Formel

$$p_{\max} \approx p_0 \cdot \left\{ 1 + \left[4,7 + 10 \cdot \left(\frac{a}{d_R} \right)^{0,25} \right] \cdot \beta^{0,6} \cdot \left(\frac{F}{E_V \cdot l_a^2} \right)^{-0,25} \right\} \quad (11)$$

Darin ist p_0 der maximale Kontaktdruck für den vollen Zylinder ohne Verkantung nach Gleichung (6). Bemerkenswert ist, dass die Ergebnisse wie bei der unverkanteten Rolle praktisch nicht vom Durchmesser Verhältnis d_N/d_R abhängen. Ihre Anwendung setzt jedoch eine zumindest kleine Anfasung voraus, also $a > 0$.

Der Grösstwert der Vergleichsspannung tritt wie erwartet am Übergang von der zylindrischen Laufmantelfläche zur Anfasung auf, wo ein dreiachsiger Spannungszustand herrscht. Sie kann, auf Basis der Gestaltänderungsenergiehypothese, mit nachfolgender Beziehung berechnet werden:

$$\sigma_{V \max} = p_{\max} \cdot \left[1,41 - 0,65 \cdot \left(1 - e^{-160 \cdot \beta} \right) \right] \quad (12)$$

Aktuelle Arbeiten lassen analoge Ausdrücke für die Abplattung, die maximale Dehnung und eventuell auch für die Abmessungen der Kontaktfläche (Bild 7) von der Form eines vom Verkantungswinkel abhängigen Ellipsensegmentes (Bild 8) erwarten [16].

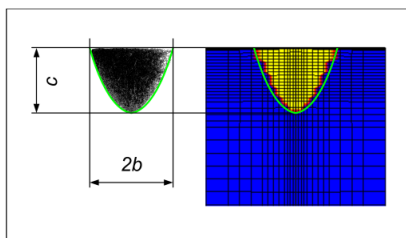


Bild 7: Abmessungen der Kontaktfläche (Ellipsensegment) einer zylindrischen Rolle [16]: Gegenüberstellung von Versuch und FEM-Resultat

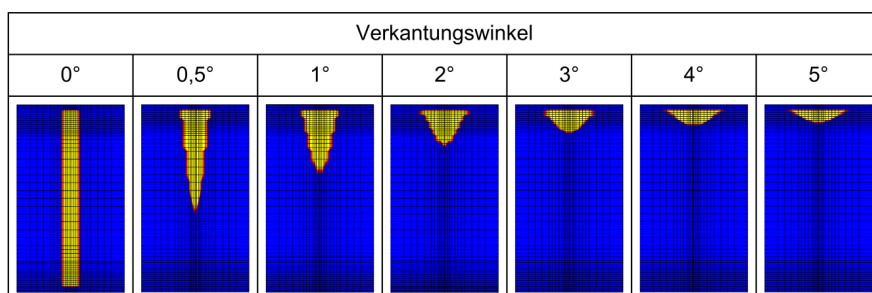


Bild 8: Kontaktfläche einer zylindrischen Rolle in Abhängigkeit des Verkantungswinkels [16]
($d_R = 100$ mm, $d_N = 40$ mm, $l_a = 28$ mm, $a = 1$ mm x 45°, $E = 3000$ N/mm², $F = 2000$ N)

5.3 Gestaltungshinweis

Kantige Übergänge zwischen der zylindrischen Lauffläche und den Stirnseiten des Laufmantels führen in diesem Bereich zu hohen Spannungsspitzen insbesondere bei verkantetem Aufliegen. Aus diesem Grund wird üblicherweise empfohlen, diese Übergänge zu runden oder anzufasen (Bild 6). Dabei ist zu beachten, dass Rundungsradien r oder Fasenlängen a bei vorgegebener Rollenbreite l auf Kosten der Auflagelänge l_a gehen, was wiederum erhöhend auf Kontaktdruck und Spannungen wirkt. Wie erste Untersuchungen am IWK zu diesem Thema zeigen, verhalten sich Übergänge am günstigsten, wenn sie in Form einer kubischen Parabel gestaltet sind (Bild 9).

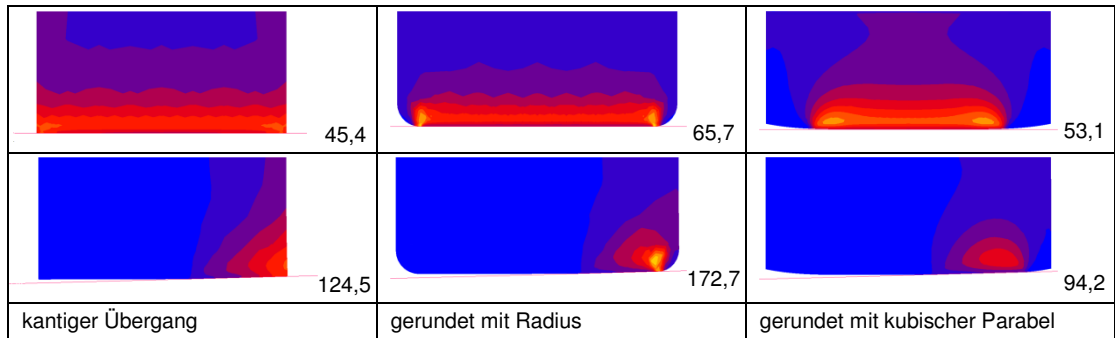


Bild 9: Vergleichsspannung (in MPa) zylindrischer Laufmantelrollen bei unterschiedlich gestalteten Übergängen zwischen Lauffläche und Stirnseiten, unverkantet (oben) und verkantet um 1,5° (unten)

6 Rollen mit sphärischem Laufmantel: Theoretische Punktberührung

6.1 Grundsätzliches

Rollen mit konvexem oder konkavem Laufmantelprofil weisen eine zweifache, d.h. räumliche Krümmung der Lauffläche auf. Nebst dem geometriebedingten Krümmungsradius in Umfangsrichtung hat auch ihre Kontur im Querschnitt eine Krümmung (Bilder 3, e und f). Damit berühren sich Rolle und Unterlage im unverformten Zustand theoretisch nur in einem Punkt. Unter Last stellt sich hier eine Kontaktfläche mit elliptischem Grundriss ein. Der Fall theoretischer Punktberührung zwischen räumlich gekrümmten Körperoberflächen wird grundsätzlich durch die Hertzsche Theorie beschrieben, wobei für Laufmantelrollen zusätzlich der Einfluss des Durchmesserhältnisses d_N/d_R von Nabe und Rolle interessiert.

Die Untersuchungen haben ergeben, dass die Abmessungen der Kontaktellipse und der maximale Kontaktdruck praktisch nicht vom Durchmesserhältnis d_N/d_R abhängen und somit anhand der Hertzschen Formeln berechnet werden können. Dagegen macht sich d_N/d_R bei der Abplattung bemerkbar. Zur Erfassung dieses Einflusses liess sich die Hertzsche Formel relativ einfach erweitern, und zwar je separat für das konvexe und das konkave Profil [17, 18].

Die lokale Berührungssituation ist bei allen zu untersuchenden Fällen qualitativ gleich: Die räumlich gekrümmte Oberfläche der Rolle ist in Kontakt mit der ebenen bzw. zylindrischen Oberfläche der Unterlage. Deshalb wurde erfolgreich versucht, die in komplexer Weise von diesen Krümmungsverhältnissen abhängigen Beiwerte der Hertzschen Formeln möglichst einfach mathematisch zu beschreiben [17, 18].

6.2 Konkaves Laufmantelprofil

Die Krümmungsradien balliger, d.h. konvex gekrümmter Laufflächen sind geometriebedingt $r_R = d_R/2$ in Umfangsrichtung und im Profil senkrecht dazu r_Q (Bild 3 e). Rolle und Unterlage berühren sich theoretisch, d.h. ohne Verformung der Kontaktkörper, lediglich in einem Punkt.

Die Krümmungsverhältnisse im Kontaktbereich können in den Hertzschen Formeln durch einen Vergleichs-Krümmungsradius R_V erfasst werden. Dieser errechnet sich im vorliegenden Fall der konvex profilierten Rolle im Kontakt mit einer ebenen Unterlage anhand der Beziehung

$$R_V = 2 \cdot \frac{r_Q \cdot r_R}{r_Q + r_R} \quad (15)$$

Die für die Hertzschen Formeln benötigten Krümmungsbeiwerte sind über den Krümmungsparameter

$$\eta = \left| \frac{r_Q - r_R}{r_Q + r_R} \right| \quad (16)$$

bestimmbar, der wegen der Betragsstriche stets positive Werte annimmt.

Die Kontaktfläche, die sich unter der radialen Last F zwischen Laufrolle und Laufbahn einstellt, weist einen elliptischem Umriss mit den Halbachsen $a \geq b$ auf. Diese sind je nach den Krümmungsverhältnissen in Quer- oder Umfangsrichtung orientiert. Diese Halbachsen können mit guter Genauigkeit mit den Beziehungen

$$a \approx (1,11 + 1,16 \cdot \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \quad (17)$$

$$b \approx (1,11 - 0,63 \cdot \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \quad (18)$$

berechnet werden, die der Theorie von Hertz entsprechen.

Der Kontaktdruck verteilt sich über der Kontaktfläche in Form eines halben Ellipsoids. Er erreicht seinen Grösstwert im theoretischen Berührungspunkt und lässt sich – in Übereinstimmung mit der Hertzschen Theorie – berechnen mit der Formel

$$p_0 \approx (0,388 - 0,05 \cdot \eta) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}} \quad (19)$$

Für die Abplattung, also die radiale Verschiebung des Rollenzentrums unter der Last F (Bild 4), konnte mit linearisierter Abhängigkeit vom Verhältnis d_N/d_R die Beziehung

$$w \approx (1,23 - 0,17 \cdot \eta) \cdot \left(1,1 - 0,14 \cdot \frac{d_N}{d_R} \right) \cdot \sqrt[3]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_V}} \quad (20)$$

herausgearbeitet werden. Diese kann mit einer maximalen Abweichung von weniger als 10 % gegenüber den mit FEM erhaltenen Werten als brauchbarer Kompromiss zwischen den hohen Ansprüchen an die Genauigkeit und an eine einfache Handhabung in der Praxis gelten.

Die grösste positive Dehnung, die für die Dimensionierung der Rolle als massgebende Grösse beigezogen werden kann, tritt in einem grösseren Bereich im Innern des Laufmantels auf. Berechnen lässt sie sich mit dem maximalen Kontaktdruck p_0 (19) sowie der Poissonzahl μ und dem Kriechmodul E_C des Laufmantelwerkstoffs anhand der Beziehung

$$\varepsilon_{\max} \approx (0,82 \cdot \mu - 0,11) \cdot \frac{p_0}{E_C} \quad (21)$$

Der Grösstwert der Vergleichsspannung tritt wie erwartet im Innern des Laufmantels in einem Abstand der Kontaktfläche auf, der in etwa dem halben harmonischen Mittel der Halbachsen a und b der Kontaktellipse entspricht. Mit Anwendung der Schubspannungshypothese [5, 6] ergibt sich

$$\sigma_{V_{\max}} = \sigma_V \left(z \approx \frac{a \cdot b}{a + b} \right) \approx 0,62 \cdot p_0 \quad (22)$$

Im Vergleich dazu sind – wie bei den bisher untersuchten Rollen – die Spannungen aus der Lochleitung zwischen Nabe und Laufmantel und aus dem relaxierenden Druck zwischen Nabe und

Laufmantel aufgrund des Aufpressens bzw. Umspritzens deutlich geringer und müssen daher nicht in Betracht gezogen werden.

Obige Berechnungsformeln gelten in den Bereichen $0,4 \leq d_N/d_R \leq 0,8$; $0,3 \leq r_Q/r_R \leq 2,0$; $100 \text{ N/mm}^2 \leq E_C \leq 5000 \text{ N/mm}^2$. Abweichungen von der eingesetzten Poissonzahl $\mu = 0,3$ sind, mit Ausnahme der maximalen Dehnung (21), von vernachlässigbar geringem Einfluss;

6.3 Konkaves Laufmantelprofil

Die Lauffläche von Rollen mit konkavem Profil hat nebst dem geometriebedingten (konvexen) Krümmungsradius $r_R = d_R/2$ in Umfangsrichtung senkrecht dazu eine konkave Krümmung vom Radius r_1 (Bild 3 f). Dieser korrespondiert mit dem Krümmungsradius r_2 der zylindrischen, also einfach gekrümmten Unterlage. Für das Verhältnis $r_2/|r_1|$ erwünscht ist ein guter Kompromiss zwischen möglichst geringem Kontaktdruck ($r_2/|r_1|$ gross) und möglichst geringem Schlupf beim Abrollen ($r_2/|r_1|$ klein). Rolle und Unterlage berühren sich theoretisch, d.h. ohne Verformung der Kontaktkörper, lediglich in einem Punkt.

Der Vergleichs-Krümmungsradius R_V für den Kontakt einer konkav profilierten Rolle und einem Zylinder beträgt

$$R_V = \frac{2}{\frac{2}{d_R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} \quad (23)$$

Der Krümmungsparameter für die Hertzchen Krümmungsbeiwerte berechnet sich mit der Beziehung

$$\eta = \frac{\left| \frac{2}{d_R} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right|}{\frac{2}{d_R} - \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} \quad (24)$$

Er nimmt wegen der Betragsstriche im Zähler stets positive Werte an. Besonders zu beachten ist, dass in (23) und (24) alle Krümmungsradien mit positiven Zahlenwerten einzusetzen sind, also auch der Radius r_1 der konkaven Krümmung.

Die Halbachsen $a \geq b$ der elliptischen Kontaktfläche sind je nach den Krümmungsverhältnissen in Quer- oder Umfangsrichtung orientiert. Bei kleinen Werten von $r_2/r_1 < 0,5$ liegt die grössere Halbachse in Umfangsrichtung. Die Halbachsen können mit guter Genauigkeit berechnet werden gemäss

$$a \approx 1,1 \cdot (1 - \eta^{0,6})^{-0,4} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \quad (25)$$

$$b \approx 1,1 \cdot (1 - \eta^{0,5})^{0,25} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \quad (26)$$

Für den maximalen Kontaktdruck gilt die Beziehung

$$p_0 \approx 0,388 \cdot (1 - \eta^2)^{0,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}} \quad (27)$$

Die Abplattung als radiale Verschiebung des Rollenzentrums unter der Last F (Bild 4) lässt sich mit linearisierten Funktionen der Verhältnisse d_N/d_R und interessanterweise auch l/d_R durch die Beziehung

$$w \approx 1,23 \cdot (1 - \eta^2)^{0,23} \cdot \left(1 - 0,14 \cdot \frac{d_N}{d_R}\right) \cdot \left(1,07 - 0,13 \cdot \frac{l}{d_R}\right) \cdot \sqrt[3]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_V}} \quad (28)$$

beschreiben. Mit einer maximalen Abweichung von weniger als 10 % gegenüber den mit FEM erhaltenen Werten kann sie als brauchbarer Kompromiss zwischen den hohen Ansprüchen an die Genauigkeit und an eine einfache Handhabung in der Praxis gelten.

Die grösste positive Dehnung tritt angrenzend an den Rand der Kontaktfläche auf. Für sie gilt:

$$\varepsilon_{\max} \approx 0,28 \cdot \frac{p_0}{E_C} \approx 0,11 \cdot (1 - \eta^2)^{0,2} \cdot \frac{1}{E_C} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}} \quad (29)$$

Darin sind p_0 der maximale Kontaktdruck (27) und E_C der Kriechmodul des Laufmantelwerkstoffs.

Die Vergleichsspannung erreicht auch in diesem Fall ihren Grösstwert im Innern des Laufmantels. Der Abstand von der Kontaktfläche entspricht in etwa dem halben harmonischen Mittel der Halbachsen a und b der Kontaktellipse. Mit Anwendung der Schubspannungshypothese [5, 6] ergibt sich

$$\sigma_{V \max} = \sigma_V \left(z \approx \frac{a \cdot b}{a + b} \right) \approx 0,645 \cdot p_0 = 0,25 \cdot (1 - \eta^2)^{0,2} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_V^2}} \quad (30)$$

Auch hier sind die Spannungen aus der Lochleibung zwischen Nabe und Laufmantel und aus dem relaxierenden Druck zwischen Nabe und Laufmantel aufgrund des Aufpressens bzw. Umspritzens deutlich geringer und müssen nicht in Betracht gezogen werden.

Die verschiedenen Parameter wurden über folgende Bereiche variiert:

$0,4 \leq d_N/d_R \leq 0,8$; $1,05 \leq d_A/d_R \leq 1,25$; $0,15 \leq l/d_R \leq 0,298$; $0,5 \leq r_2/r_1 \leq 0,95$; $0,19 \leq 2 \cdot r_1/d_R \leq 0,75$;
Kriechmodul: $100 \text{ N/mm}^2 \leq E_C \leq 3000 \text{ N/mm}^2$; Poissonzahl: $0,3 \leq \mu \leq 0,45$.

Analoge Formeln für den Kontakt balliger Rollen im Kontakt mit einer gekrümmten Unterlage liegen noch nicht vor. Werden solche direkt aus der Hertzchen Theorie abgeleitet, müssen sie als Näherung betrachtet werden, da sie wesentliche rollenspezifische Geometrieparameter nicht berücksichtigen.

6.4 Optimierung konkaver Laufrollen

Konkave Profile mit zwei theoretischen Berührungspunkten haben den Vorteil, dass sich die Rollenlast auf zwei Kontaktflächen verteilt (Bild 10), so dass diese entsprechend kleiner ausfallen. Zudem verbessert die Neigung der beiden Kontaktflächen die seitliche Führung, was aber einen relativ hohen Schlupf mit all seinen Nachteilen zur Folge hat. Mit einer eigens für die Bewältigung dieser Problematik entwickelten Optimierungsprozedur können der Radius der konkav gekrümmten Profilflanken und deren Zentren bestimmt werden [19].

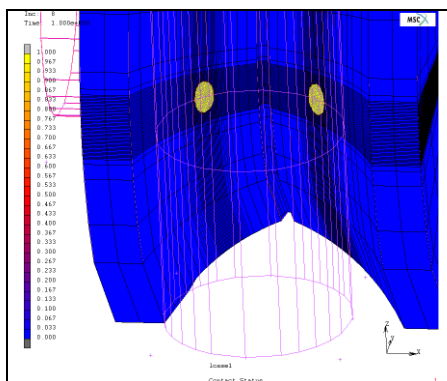


Bild 10: Zwei Kontaktflächen an den Flanken des optimierten konkaven Profils [19]

6.4 Dachartiges Laufmantelprofil

Im Spritzgiessverfahren hergestellte Laufrollen weisen verfahrensbedingt auch etwa ein relativ flaches, dachartiges Profil auf (Bild 3 g). Trotz theoretischer Punktberührung kann bei solchen Rollen die Hertzsche Theorie nicht direkt angewendet werden. Aufgrund der durchgeführten Untersuchungen konnten auch für diese Rollenvariante geeignete Formeln entwickelt werden, mit denen sich die kontaktmechanischen Grössen in Funktion des Anzugswinkels α berechnen lassen [20]. Zu beachten ist, dass die Kontaktfläche beim Kontakt eines dachartigen Profils mit einer ebenen Unterlage in etwa rautenförmig ausgebildet wird, und dies in Abhängigkeit von Belastung und Anzugswinkel (Bild 11).

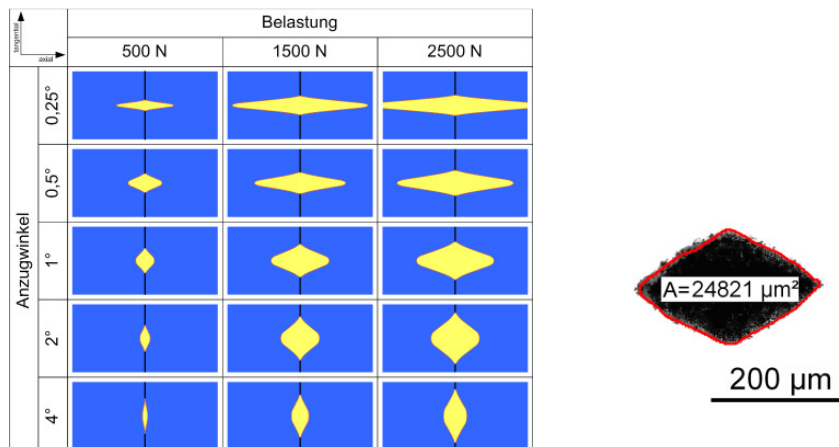


Bild 11: Mit FEM berechnete Kontaktflächen von dachartig profilierten Rollen in Abhängigkeit von Belastung und Anzugswinkel (links) und experimentell bestimmte Kontaktfläche (rechts) [20]

7 Rollwiderstand

7.1 Zylindrischer Laufmantel

Im Rahmen einer Untersuchung zur Ermittlung des Rollwiderstands zylindrischer Laufrollen konnte auch eine Beziehung herausgearbeitet werden, welche die Abschätzung des Rollmoments M_R bzw. des Rollwiderstands F_R bei stationärem Rollvorgang ganz ohne FEM erlaubt [8], und zwar anhand der einfachen Beziehung

$$M_R = F_R \cdot \frac{d_R}{2} \approx 0,68 \cdot \tan \delta_V \cdot F \cdot b \approx 0,73 \cdot \tan \delta_V \cdot \sqrt{\frac{F^3 \cdot d_R}{l_a \cdot E_V}} \quad (31)$$

mit der halben Kontaktflächenbreite b nach Gleichung (5). Der Vergleichs-Elastizitätsmodul E_V entsprechend Gleichung (7) und der Vergleichswert für die mechanischen Verlustfaktoren der beiden am Kontakt beteiligten Werkstoffe gemäss

$$\tan \delta_V \approx \frac{\tan \delta_L \cdot E_C + \tan \delta_C \cdot E_L}{E_C + E_L} \quad (32)$$

setzen streng genommen die Kenntnis der je frequenz- und temperaturabhängigen Speichermoduln und mechanischen Verlustfaktoren beider Werkstoffe voraus. Da deren Verfügbarkeit aber alles andere als eine Selbstverständlichkeit ist, kann allenfalls näherungsweise auf Ein-Punkt-Daten wie die Kurzzeit-Elastizitätsmoduln ausgewichen werden, wie sie üblicherweise in Datenbanken [21] und Handbüchern [22, 23] aufgeführt sind. Zum Vergleich mit Ergebnissen aus der FEM-Simulation wurden die Rollmomente von je einer POM-Rolle der Durchmesser 40 mm und 60 mm auf ebener, starrer Unterlage berechnet, also mit $\tan \delta_V = \tan \delta$, $R_V = d_R/2$ und $E_V = 2 \cdot E$. Die Übereinstimmung der Resultate war mit 3,3 bzw. 2,7 % überraschend gut. Auch wenn diesbezüglich keine weiteren, systematischen Untersuchungen angestellt wurden, kann (31) dennoch als brauchbare Formel für Abschätzungen in der Praxis gelten.

7.2 Sphärischer Laufmantel

Für den Rollwiderstand von räumlich gekrümmten Rollen ist die Beziehung (31) direkt nicht anwendbar. Sie kann jedoch für grobe Abschätzungen beigezogen werden, wenn die halbe Kontaktflächenbreite b durch einen Mittelwert \bar{b} ersetzt wird. Dieser entspricht dem Quotienten aus der halben Kontaktfläche $A_K/2$ und deren maximaler Ausdehnung l_Q quer zur Rollrichtung, also

$$\bar{b} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_K}{l_Q} \quad (33)$$

8 Fazit und Ausblick

Für die ingenieurmässige Auslegung von Kunststoff-Laufmantelrollen in der Konstruktionspraxis sind am IWK Berechnungsformeln entwickelt worden, wie sie hier auszugsweise präsentiert werden. Sie können innerhalb der angegebenen Grenzen relativ einfach und mit guter Genauigkeit angewendet werden. Sie beschreiben - basierend auf der Hertzschen Theorie der Kontaktprobleme – die kontaktmechanischen Zusammenhänge der verschiedenartig profilierten Kunststoff-Laufmantelrollen unter Berücksichtigung der spezifischen geometrischen Verhältnisse und zeigen so die Einflüsse der massgebenden Parameter auf. Damit eignen sie sich insbesondere für erste Rechnungen in der Entwurfsphase, für Tabellenkalkulationen sowie als Basis für allfällig anschliessende FEM-Analysen. Denkbar wäre auch die Erfassung der Formeln in einem strukturierten Berechnungsprogramm für die Konstruktionspraxis.

Noch ausstehend sind einige Resultate für das Verkanten zylindrischer Laufrollen. Für Rollen mit konvexem (balligem) Laufmantelprofil liegen bislang die Ergebnisse für den Kontakt mit einer ebenen Unterlage vor. In der Praxis werden solche Rollen aber auch in konkaven Führungsprofilen eingesetzt, weshalb auch dieser Fall näher untersucht werden sollte.

Grundsätzlich wünschenswert wäre zudem die Erarbeitung entsprechender kontaktmechanischer Berechnungsformeln für Stegrollen, was aber derzeit nicht vorgesehen ist. Das gleiche gilt für die Untersuchung von Antriebsrollen.

Potenzial für weitere Untersuchungen bietet auch das Thema Rollreibung. Von Interesse wären vor allem die Ausweitung der bisherigen Erkenntnisse auf Rollen mit theoretischer Punktberührung, die Erfassung des Rollwiderstandes beim Anfahren und die Klärung der Abhängigkeit von der Rollgeschwindigkeit. Da bei viskoelastischen Werkstoffen Problemstellungen mit Einbezug dynamischer Effekte bis hin zur Wärmeentwicklung sehr komplex sind, ist in nächster Zeit wohl kaum mit praktisch verwertbaren Resultaten zu rechnen.

Literatur

- [1] KUNZ J.: Laufrollen. In: KUNZ, J., MICHAELI, W., HERRLICH, N., LAND, W. (Hrsg.): Kunststoffpraxis: Konstruktion, Aktualisierungsstand August 2010
- [2] ERHARD, G.: Konstruieren mit Kunststoffen. Carl Hanser Verlag München, 4. Aufl., 2008, S. 493 - 515
- [3] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. J. reine u. ang. Math. 92(1881), S. 156 – 171
- [4] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleisses 61(1882), S. 449 – 463
- [5] GROTHE, K.-H., FELDHOUSEN, J. (Hrsg.): Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Springer Verlag Berlin, 22. Aufl., 2007

- [6] CZICHOS, H., HENNECKE, M. (Hrsg.): Hütte – Das Ingenieurwissen. Springer Verlag Berlin, 33. Aufl., 2008
- [7] KUNZ, J.: Kontaktmechanische Auslegung von Laufrollen. Kunststoffe 99(2009)11, S. 71-76
- [8] KUNZ, J., STUDER, M.: Rollwiderstand von Laufrollen. SwissPlastics 31(2009)10, S. 71-72 + 75-76
- [9] N.N.: SIA-Norm 161 (1956), S. 20
- [10] MENGES, G.: Denken in Verformungen erleichtert das Dimensionieren von Kunststoffteilen. VDI-Z 112(1970)6, S. 341-346, und 10, S. 627-629
- [11] SCHMIDT, H.: Rollen aus Hostaform. Verformungsverhalten und Versagenskriterien. Konstruktion 25(1973)6, S. 211-219
- [12] KUNZ, J.: Kontaktmechanik zylindrischer Kunststoff-Laufmantelrollen. Kunststoffe-Synthetics 52(2005)6, S. 19-22
- [13] KUNZ, J., STUDER, M.: Zylindrische Laufmantelrolle mit partieller Abstützung. Kunststoffe-Synthetics 53(2006)1, S. 18-21
- [14] KUNZ, J., DE MARIA, E.: Die Abplattung im Kontaktproblem paralleler Zylinder. Forschung im Ingenieurwesen 67(2002)4, S. 146-156
- [15] KUNZ, J., STUDER, M.: Neuartige 2K-Laufrollen und ihre Kontaktmechanik. SwissPlastics 30(2008)3, S.17-20
- [16] KUNZ, J., GSCHWEND, F.: Verkanten zylindrischer Laufmantelrollen. In Arbeit.
- [17] KUNZ, J., BÜRZLE, W., STUDER, M.: Kontaktmechanik balliger Kunststoff-Laufmantelrollen. SwissPlastics 29(2007)6, S. 31-34
- [18] KUNZ, J., BÜRZLE, W.: Kontaktmechanik konkaver Kunststoff-Laufmantelrollen. SwissPlastics 30(2008)9, S.17-20
- [19] KUNZ, J., BÜRZLE, W.: Profile konkaver Kunststoff-Laufmantelrollen optimieren. SwissPlastics 31(2009)7-8, S. 23-26
- [20] KUNZ, J., HOLZINGER, M.: Kunststoffrollen mit dachartigem Laufmantelprofil. Kunststoffe-Synthetics 53(2006)11, S. 24-27
- [21] N.N: Campus 5.2 Werkstoffdatenbank. CWFG mbH, Frankfurt/Main. www.campusplastics.com
- [22] BAUR, E., BRINKMANN, S., OSSWALD, T. A., SCHMACHTENBERG, E. (Hrsg.): Saechtling Kunststoff Taschenbuch. Carl Hanser Verlag München, 30. Ausg., 2007
- [23] ELSNER, P., EYERER, P., HIRTH, T. (Hrsg.): Domininghaus - Kunststoffe. Springer Verlag Berlin, 7. Aufl., 2008

Dank

Ein wesentlicher Teil der hier vorgestellten Ergebnisse wurde im Forschungsprojekt "Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen" erarbeitet. Grosser Dank für dessen Förderung gebührt dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil und der Gebert Rüt Stiftung, Basel.

Autor

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, geb. 1940, IWK Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil; jkunz@hsr.ch
1974 – 2005 Professor für Technische Mechanik und Kunststofftechnik an der HSR; 1976 bis heute auch Dozent für Berechnen und Gestalten von Kunststoffteilen im MAS-Studiengang Kunststofftechnik an der Hochschule für Technik der FH Nordwestschweiz in Brugg-Windisch.
Fachbeiträge zu den Themen Werkstoffmechanik und Konstruieren mit Kunststoffen.

Zeichen und Symbole

A_K :	Kontaktfläche	[mm ²]
a :	Fasenlänge	[mm]
a :	Grosse Halbachse der Kontaktellipse	[mm]
b :	Kleine Halbachse der Kontaktellipse	[mm]
b :	Halbe Breite der rechteckigen Kontaktfläche	[mm]
C :	Einflussfaktor	[--]
d_G :	Grenzdurchmesser	[mm]
d_N :	Nabendurchmesser	[mm]
d_R :	Rollendurchmesser	[mm]
E_C :	Kriechmodul des Kunststoff-Laufmantels	[N/mm ²]
E_L :	Elastizitäts- bzw. Kriechmodul der Unterlage	[N/mm ²]
E_V :	Vergleichs-Elastizitätsmodul	[N/mm ²]
F :	Radiale Rollenlast	[N]
k :	Zahlenfaktor	[--]
l :	Rollenbreite	[mm]
l_a :	Laufflächenbreite (Auflagelänge)	[mm]
p_0 :	Maximaler Kontaktdruck nach der Hertz-Theorie	[N/mm ²]
p_{max} :	Maximaler Kontaktdruck	[N/mm ²]
p_{zul} :	Zulässiger Kontaktdruck	[N/mm ²]
R_V :	Vergleichs-Krümmungsradius	[mm]
r :	Rundungsradius	[mm]
r_Q :	Krümmungsradius in Querrichtung	[mm]
r_1 :	Profilradius der Rolle	[mm]
r_2 :	Radius der Unterlage	[mm]
S :	Sicherheitsfaktor	[--]
s :	Breite der Abstützung	[mm]
w :	Abplattung	[mm]
w_0 :	Abplattung des vollen, homogenen Zylinders	[mm]
z :	Koordinate senkrecht zur Kontaktfläche	[mm]
α :	Fasenwinkel	[rad bzw. °]
α :	Anzug des Laufmantelprofils (Kegelwinkel)	[rad bzw. °]
β :	Verkantungswinkel	[rad bzw. °]
$\tan \delta_V$:	Vergleichswert des mechanischen Verlustfaktors	[--]
$\epsilon_{1,2,3}$:	Hauptdehnungen	[-- bzw. %]
$\epsilon_{F_{\infty}}$:	Fliessgrenzdehnung	[-- bzw. %]
ϵ_G :	Dehnungs-Grenzwert	[-- bzw. %]
ϵ_{max} :	Maximale Dehnung	[-- bzw. %]
ϵ_{zul} :	Zulässige Dehnung	[-- bzw. %]
η :	Hertzscher Krümmungsbeiwert	[--]
μ :	Poisson- bzw. Querkontraktionszahl	[--]
σ_G :	Spannungs-Grenzwert	[N/mm ²]
σ_{max} :	Maximale Spannung	[N/mm ²]
σ_{zul} :	Zulässige Spannung	[N/mm ²]
σ_V :	Vergleichsspannung	[N/mm ²]