

Konstruktionselemente aus Kunststoff

Profile konkaver Kunststoff-Laufrollen optimieren

Die Profile konkaver Kunststoff-Laufmantelrollen können bei vorgegebener Belastung und bekanntem zulässigem Kontaktdruck optimiert werden mit dem Ziel, die Kontaktflächen möglichst klein zu halten (Abb. 1). Damit werden kinematisch und kinetisch günstige Verhältnisse erzielt: Wenig Schlupf und kleiner Rollwiderstand, was gleichbedeutend ist mit geringem Abrieb und minimalem Energieverlust. Die Optimierung bezieht sich auf Rollen, deren Kunststoff-Laufmantel sich auf der kreiszylindrischen Oberfläche der Unterlage zweifach abstützt.

Konkav profilierte Kunststoffrollen eignen sich besonders für Anwendungen, bei denen eine beidseitige seitliche Führung erforderlich ist, etwa für Schiebetore und -türen. Einfachere Ausführungen [1] weisen lediglich einen einzigen theoretischen Berührungspunkt in der längsseitigen Symmetrieebene der Rolle auf (Abb. 2, links). Die Rollenlast muss dann von einer einzigen Kontaktfläche aufgenommen werden, was sich in einem entsprechend hohen Kontaktdruck

auswirkt, und die seitliche Führung bleibt relativ bescheiden. Andererseits hält sich der Schlupf infolge Relativgeschwindigkeit zwischen Rolle und Unterlage in engen Grenzen.

Demgegenüber haben konkave Profile mit zwei theoretischen Berührungspunkten (Abb. 2, rechts) den Vorteil, dass sich die Rollenlast auf zwei Kontaktflächen verteilt, sodass diese entsprechend kleiner ausfallen. Die Neigung der beiden Kontaktflächen verbessert zudem die seitliche Führung, was aber einen relativ hohen Schlupf mit all seinen Nachteilen zur Folge hat. Trotzdem entscheiden sich viele Anwender bei der Abwägung zwischen den Vor- und Nachteilen für die Lösung mit zwei theoretischen Berührungspunkten.

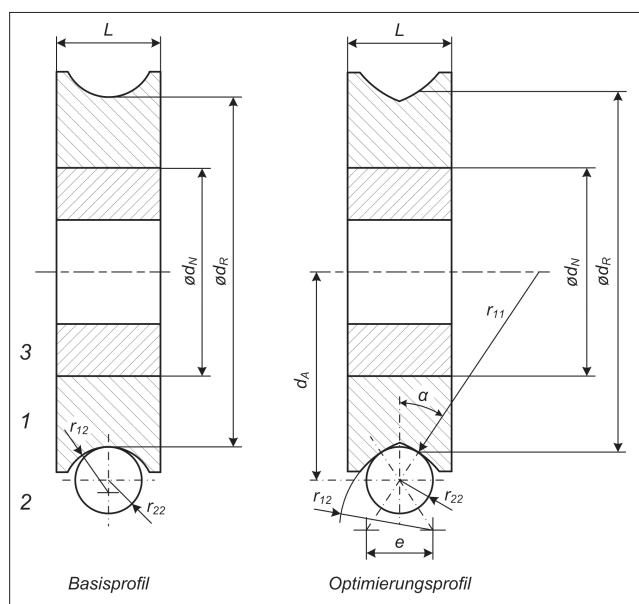


Abb. 2: Geometrie der Laufmantelrollen mit konkavem Profil

- 1: Laufmantel, mit konkavem Profil
- 2: Unterlage (Laufbahn, Führungsprofil), zylindrisch
- 3: Nabe
- d_A : Achsabstand [mm]
- d_R : Rollen- bzw. Rolldurchmesser [mm]
- d_N : Nabendurchmesser [mm]
- r_{11} : Krümmungsradius der Rolle in Rollrichtung [mm]
- r_{12} : Profilradius der Rolle [mm]
- r_{22} : Radius der kreiszylindrisch profilierten Unterlage [mm]
- l : Rollenbreite [mm]
- e : Zentrumsabstand der Radien r_{12} [mm]
- α : Kontaktwinkel [° bzw. rad]

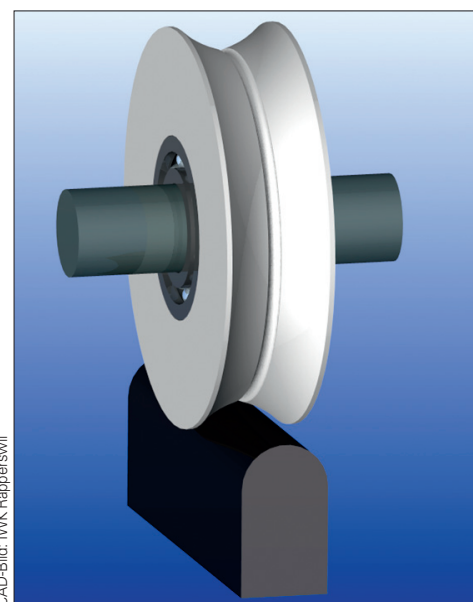


Abb. 1: Konkav profilierte Kunststoffrollen können mit einer neuen Methode optimiert werden.

Optimierungsaufgabe

Bei der Auslegung konkav profilierter Laufrollen stellt sich die Frage nach der geeigneten Profilgestaltung. Die Antwort ist nicht einfach, denn es liegt ein Zielkonflikt vor zwischen möglichst geringem bzw. limitiertem Kontaktdruck einerseits und möglichst geringem Schlupf und Rollwiderstand andererseits. Ein geringer Kontaktdruck kann mit einer grossen Kontaktfläche erreicht werden. Umgekehrt erfordern geringer Schlupf und kleiner Rollwiderstand eine kleine Kontaktfläche. Deren meridionale Ausdehnung (quer zur Rollrichtung) beeinflusst wesentlich den Schlupf, die azimutale Ausdehnung (in Rollrichtung) ist mitentscheidend für den Rollwiderstand [2]. Aus dieser Situation heraus stellte sich die Aufgabe, Gesetzmässigkeiten für die optimale

Kombination der relevanten geometrischen Grössen herauszuarbeiten und ein Vorgehen zu entwickeln, das im konkreten Fall möglichst einfach zum bestgeeigneten Laufmantelprofil führt.

Die Optimierung geht von der Überlegung aus, dass zwei kleinere Kontaktflächen günstiger sind als eine grosse, auch wenn sie diese in der Summe etwas übertreffen. Denn es geht nicht primär um den Flächeninhalt, sondern um die Abmessungen der Kontaktflächen. Ziel ist also ein Rollenprofil mit zwei theoretischen Berührungspunkten bzw. zwei Kontaktflächen, deren Abmessungen kleiner sind als jene der als Vergleichsbasis dienenden Referenzrolle mit nur einer Kontaktfläche (Basisprofil).

Die Einsatzbedingungen (Belastung, Belastungsdauer, Temperatur, Rollgeschwindigkeit), die Werkstoffe von Rolle und Unterlage werden als bekannt vorausgesetzt. Damit kann auch der zulässige Kontaktdruck als vorgegeben gelten. Diese Daten bleiben bei der Optimierung unverändert. Als Grundlage der Optimierungsaufgabe dient die Kontaktmechanik von Kunststoffrollen mit konkavem Laufmantelprofil [1], die sich auf die Hertzsche Theorie der Kontaktprobleme abstützt [3, 4].

Untersuchungen

Zunächst wurde untersucht, inwieweit die Kontaktsituation bei Laufrollen mit zwei theoretischen Berührungspunkten mit der Hertzschen Theorie beschrieben werden kann. Zu diesem Zweck wurden für umfangreiche Variationen der Parameter r_{12} , e , d_A und d_N (Abb. 2) in Funktion des Kontaktwinkels α die kontaktmechanischen Grössen Kontaktfläche A , maximaler Kontaktdruck p_0 und radiale Verschiebung w_0 der Rolle (Abb. 3) mittels der Finite Elemente Methode (FEM) bestimmt und mit den analytisch berechneten Resultaten verglichen. Wie erwartet sind die mit der FEM bestimmten Kontaktflächen etwas kleiner als die analytisch berechneten Werte, und zwar durchwegs um 10 bis 20 Prozent. Dies ist zur Hauptsache durch die Diskretisierung mittels eines FE-Netzes bedingt. Dementsprechend liegt bei den FEM-Rechnungen der maximale Kontaktdruck um 2 bis 8 Prozent über den analytischen Referenzresultaten. Die Abweichungen bei der Abplattung variieren zwischen -6 bis +15 Prozent, was im Wesentlichen darauf zurückzuführen ist, dass die analytische Rechnung die realen Verhältnisse nur näherungsweise erfasst (Abb. 3). Da bei der hier angestrebten Optimierung die Kontaktfläche und der Kontaktdruck im Vordergrund stehen, lässt sich aus den Ergebnissen schliessen, dass diese kontaktmechanischen Grössen mit den Hertzschen Beziehungen in praktikabler Genauigkeit erfasst werden.

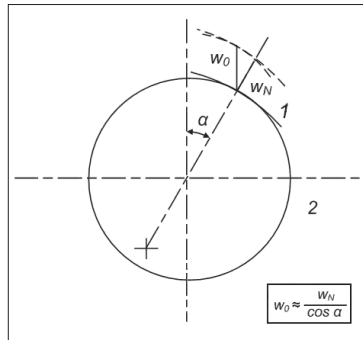


Abb. 3: Radialverschiebung w_0 der Rolle (Abplattung)
1: Laufmantel
2: Unterlage

Auf dieser Erkenntnis basierend, wurde anschliessend auf analytischem Weg die Optimierung vorgenommen. Die Herleitung dieser Optimierung ist relativ umfangreich und abstrakt [5], weshalb hier auf deren Wiedergabe verzichtet wird.

Vergleichsbasis für die Untersuchung ist die Rolle mit einem einzigen, mittigen theoretischen Berührungspunkt (Abb. 2, links: Basisprofil) mit den Referenzabmessungen $d_A = 50$ mm, $d_N = 40$ mm, $r_{22} = 7$ mm und $L = 25$ mm. Die Verallgemeinerung der Betrachtungen wird dadurch ermöglicht, dass die relevanten Geometrieparameter mit dimensionslosen Verhältniszahlen erfasst werden. So wird die lokale Krümmungssituation im Bereich der theoretischen Berührungspunkte durch den Krümmungsparameter

$$\rho = \frac{r_{22}}{r_{12}} \tag{1}$$

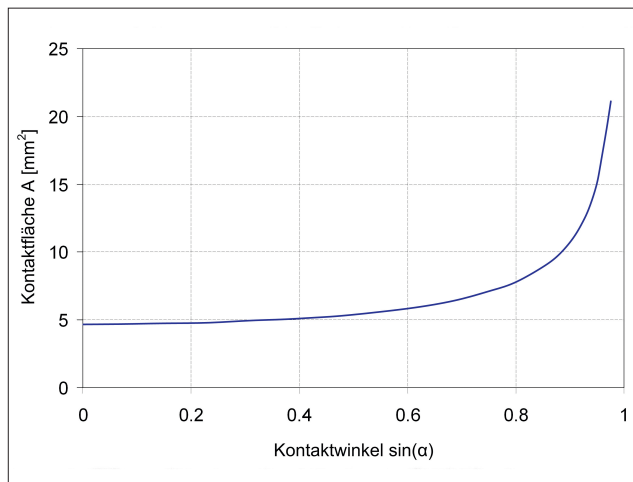
beschrieben, für den aus praktischen Gründen die Grenzen $0,5 \leq \rho \leq 0,85$ festgelegt wurden. Während die Unterschreitung dieses Bereichs nicht problematisch ist, sollte die

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Dozent für Berechnen und Gestalten von Kunststoffteilen im NDS Kunststofftechnik an der Hochschule für Technik der FH Nordwestschweiz

Dipl.-Ing. Wilfried Bürzle, ETH Zürich, zeitweilig wissenschaftlicher Mitarbeiter am IWK Rapperswil



Abb. 4: Minimal benötigte Kontaktfläche bei $F = 500$ N und $p_{zul} = 80$ N/mm² [5].



obere Grenze eingehalten werden, da sich bei höheren Werten eine übermässige Schmiegun mit entsprechend hohem Schlupf ergäbe.

Da ausser den beiden beteiligten Werkstoffen die radiale Rollenlast F und der zulässige Kontaktdruck p_{zul} gegeben sind, ist die einzelne minimale Kontaktfläche gemäss der Hertzschen Theorie durch die Beziehung

$$A_{min} = \frac{3}{2} \cdot \frac{F_N}{p_{zul}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{F}{\cos \alpha \cdot p_{zul}} \tag{2}$$

bestimmt. Die Minimierung der Kontaktfläche führt über $\cos \alpha = 1$ entsprechend $\alpha = 0$ zur trivialen Lösung $e = 0$ für den Zentrumsabstand, was dem Basisprofil entspricht (Abb. 2, links). Um nichttriviale Lösungen gewinnen zu können, wird der Winkel mit $\alpha = 0,3$ rad $\hat{=} 17,45^\circ$ limitiert. Damit wird einerseits gewährleistet, dass sich die beidseitigen Kontaktflächen nicht berühren bzw. überschneiden, andererseits würde für grössere Winkel die Kontaktfläche in unerwünschter Weise anwachsen (Abb. 4). Am Verlauf der Kontaktfläche über dem Sinus des Kontaktwinkels für beispielsweise $F = 500$ N und $p_{zul} = 80$ N/mm² ist zudem ersichtlich, dass unter dieser gewählten Grenze kein nennenswertes Optimierungspotenzial besteht.

Die Bestimmung des zulässigen Kontaktdrucks p_{zul} selber ist nicht Gegenstand dieser Untersuchung. Hinweise hiezu finden sich in der Fachliteratur leider nur spärlich, zum Beispiel für PA und POM als Rollenwerkstoffe [6], was aber angesichts der Komplexität dieser Aufgabe auch verständlich ist.

Ergebnis

Aus den Untersuchungen ist eine Methode hervorgegangen, die ermöglicht, das Profil des konkaven Laufmantels im weiter oben beschriebenen Sinn zu optimieren. In den untersuchten Fällen ergaben sich durchwegs bemerkenswerte Reduktionen der Abmessungen der elliptischen Kontaktflächen im Bereich von 11 bis 47 Prozent bei der grösseren Ellipsenhalbachse und von 2 bis 40 Prozent bei der kleineren Halbachse (Abb. 5).

Die Summe beider Kontaktflächen, verglichen mit der Kontaktfläche des Basisprofils, zeigte dabei gegenüber dem Basisprofil einen Anstieg um 0 bis 9 Prozent. Das Durchmesser Verhältnis d_N/d_R hat darauf praktisch keinen Einfluss, was bereits früher gemachte Erkenntnisse bestätigt [1].

Die Methode erhebt nicht den Anspruch, eine Optimierungsprozedur im streng mathematischen Sinn zu sein, was bei der vorliegenden Aufgabe auch kaum realisierbar wäre. Sie ist aber relativ einfach anwendbar und zielführend, was für die Praxis entscheidend ist. Im Wesentlichen beruht sie, ausgehend von einem Basisprofil (Abb. 2, links), auf dem kontaktmechanischen Zusammenhang zwischen dem Krümmungsparameter ρ gemäss (1), einem weiteren dimensionslosen Krümmungsparameter $\varphi = r_{11}/r_{22}$ und einem Lastfaktor λ , der eine Vergleichszahl zwischen dem maximalen und dem zulässigen Kontaktdruck darstellt. Dieser Zusammenhang kann in Form sogenannter Optimierungskurven grafisch dargestellt werden (Abb. 6).

Schrittweises Vorgehen

In der praktischen Anwendung empfiehlt es sich, systematisch vorzugehen (Abb. 7). So lässt sich die Optimierungsaufgabe in drei Hauptschritte gliedern.

1. Schritt:

Ausgangsdaten bereitstellen und Basisprofil (Abb. 2, links) definieren

1.1 Belastung und zulässigen Kontaktdruck festlegen: F, p_{zul}

1.2 Geometriedaten von Rolle 1 und Unterlage 2 bestimmen: d_R, d_A, r_{22} ; Krümmungsparameter φ berechnen:

$$\varphi = \frac{r_{11}}{r_{22}} = \frac{d_R}{2 \cdot r_{22}} = \frac{d_A}{r_{22}} - 1 \quad (3)$$

1.3 Elastizitäts- bzw. Kriechmodul E_1 und E_2 von Rolle 1 und Unterlage 2 bestimmen und Vergleichs-Elastizitätsmodul berechnen:

$$E_V = 2 \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} \quad (4)$$

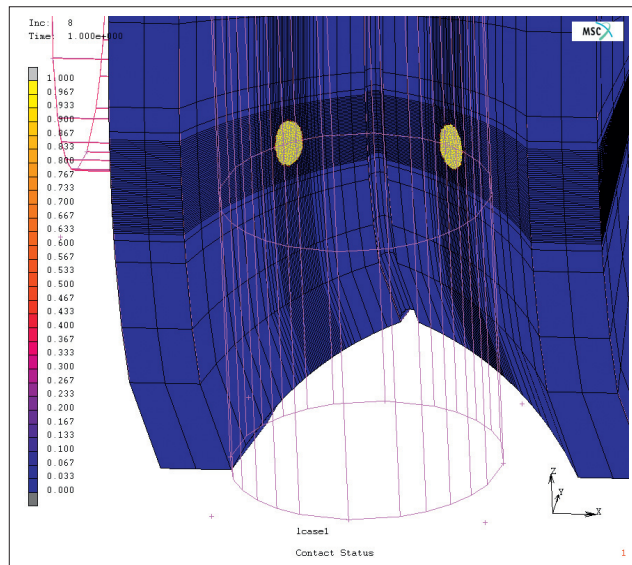


Abb. 5: Kontaktfläche an der Profilflanke mit azimutaler und radialer Ausdehnung [5].

2. Schritt:

Basisprofil beurteilen

2.1 Lastfaktor des Basisprofils berechnen:

$$\lambda_{Basis} = \frac{0,244}{p_{zul}} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{r_{11,Basis}^2}} = \frac{0,387}{p_{zul}} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{d_R^2}} \quad (5)$$

2.2 Krümmungsbedingung anhand der Optimierungskurven (Abb. 6) überprüfen: Mit λ_{Basis} (5) und φ (3) ergibt sich der Krümmungsparameter ρ gemäss (1). Liegt ρ im Bereich $0,5 \leq \rho \leq 0,85$, so erfüllt bereits das Basisprofil die Optimierungsbedingungen. Wenn das Profil jedoch zwei theoretische Berührungspunkte aufweisen soll, oder falls ρ ausserhalb des angegebenen Bereichs liegt, schliesst sich Schritt 3 an.

3. Schritt:

Profil optimieren

3.1 Krümmungsradius der optimierten Rolle in Rollrichtung mit $\alpha = 0,3$ rad berechnen:

$$r_{11,Opt} = \frac{1}{\cos \alpha} \cdot d_A - r_{22} = 1,05 \cdot d_A - r_{22} \quad (6)$$

3.2 Lastfaktor des Optimierungsprofils (Abb. 2, rechts) berechnen:

$$\lambda_{Opt} = \frac{0,197}{p_{zul}} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{r_{11,Opt}^2}} \quad (7)$$

3.3 Krümmungsbedingung anhand der Optimierungskurven (Abb. 6) überprüfen: Mit λ_{Opt} (7) und φ (3) ergibt sich der Krümmungsparameter ρ gemäss (1). Liegt ρ im Bereich $0,5 \leq \rho \leq 0,85$, so ist das Profil optimiert, andernfalls müssen die Ausgangsdaten gemäss Schritt 1 geändert werden.

3.4 Optimierte Profildaten berechnen (Abb. 2, rechts):
Profilradius der Rolle:

$$r_{12} = \frac{r_{22}}{\rho} \quad (8)$$

Zentrumsabstand der Profiltrajektorien r_{12} :

$$e = 2 \cdot \sin \alpha \cdot (r_{12} - r_{22}) = 0,6 \cdot (1 - \rho) \cdot r_{12} \quad (9)$$

Kontaktflächen berechnen

Nachdem nun alle Radien $r_{11} = r_{11,Opt}$, r_{12} und r_{22} bekannt sind, können bei Bedarf noch die Halbachsen a und b der elliptischen Kontaktflächen berechnet werden. Hiefür kann man sich der bekannten Formeln der Kontaktprobleme [3, 4] bedienen.

Ein bereits früher vorgestellter vereinfachter Weg [1] geht aus von einem Vergleichskrümmungsradius

$$R_V = \frac{2}{\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{21}} + \frac{1}{r_{22}}} \quad (10)$$

und dem Krümmungsparameter

$$\eta = \cos \theta = \frac{\left| \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{22}} \right|}{\frac{1}{r_{11}} - \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{22}}} = \frac{R_V}{2} \cdot \left| \frac{1}{r_{11}} + \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{22}} \right| \quad (11)$$

der wegen der Betragsstriche stets positive Werte annimmt. Für die Halbachsen der Kontaktellipse gelten dann entsprechend der Theorie von Hertz die Beziehungen [1]

$$a \approx \frac{1,1}{(1 - \eta^{0,6})^{0,4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \quad (12)$$

$$b \approx 1,1 \cdot (1 - \eta^{0,5})^{0,25} \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot R_V}{E_V}} \quad (13)$$

Eine allgemeingültige Regel für die Zuordnung der beiden Halbachsen

zur Rollrichtung und quer dazu, so wünschenswert sie wäre, konnte in der Untersuchung nicht erarbeitet werden. Der Grund hierfür liegt in der Vielzahl möglicher Krümmungsverhältnisse. Immerhin zeigte sich, dass für $r_{22}/r_{12} < 0,65$ die grosse Halbachse a normalerweise in Umfangsrichtung der Rolle liegt, also in Rollrichtung. Die Umkehrung dieser Aussage hat sich jedoch nicht bestätigt. Mit zunehmendem Achsabstand d_A erhöht sich die Schmiegun g zwischen Rolle und Führungsprofil, wodurch die angegebene Grenze zu höheren Werten verschoben wird.

Beispiel

Im Rahmen des Projekts wurden verschiedene konkrete Fälle mit unterschiedlichen Eingabedaten durchgerechnet. Bei allen ergaben sich ansehnliche Verbesserungen durch merklich verkleinerte Abmessungen der Kontaktflächen.

Als Beispiel sei eine Rolle mit $F = 500$ N, $p_{zul} = 80$ N/mm², $E_1 = 3000$ N/mm², $E_2 = 210\,000$ N/mm², $d_R = 80$ mm = $2 \cdot r_{11}$, $d_A = 50$ mm, $r_{12} = 12,51$ mm und $r_{22} = 10$ mm angeführt. Der erste Lösungsschritt liefert $\varphi = 4,0$ und $E_V = 5915$ N/mm². Der zweite Schritt ergibt den Lastfaktor $\lambda_{Basis} = 0,677$ und zusammen mit anhand der Optimierungskurven (Abb. 6) den Krümmungsparameter $\rho = 0,8$ innerhalb des Bereichs $0,5 \leq \rho \leq 0,85$. Bei der eigentlichen Optimierung im dritten Schritt ändern die Werte zu $r_{11,opt} = 42,41$ mm, $\lambda_{Opt} = 0,526$ und $\rho = 0,605$. Daraus resultieren schliesslich $r_{12} = 16,54$ mm und $e = 3,92$ mm, womit das optimierte Rollenprofil bestimmt ist. Die Halbachsen der Kontaktellipse verkleinern sich von $a = 1,93$ mm und $b = 1,55$ mm beim Basisprofil auf $a = 1,55$ mm und $b = 1,03$ mm bei der einzelnen Kontaktfläche des optimierten Profils, was einer Reduktion um 20 bzw. 34 Prozent entspricht. Die gesamte Kontaktfläche nimmt dabei von $A = 9,39$ mm² um gut 7 Prozent auf 10,08 mm² zu.

Abschliessende Gedanken

Mit der hier vorgestellten Methode kann also das Profil konkaver Kunst-

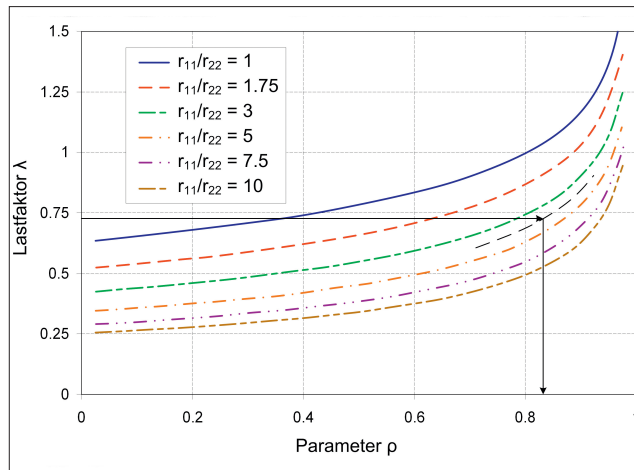
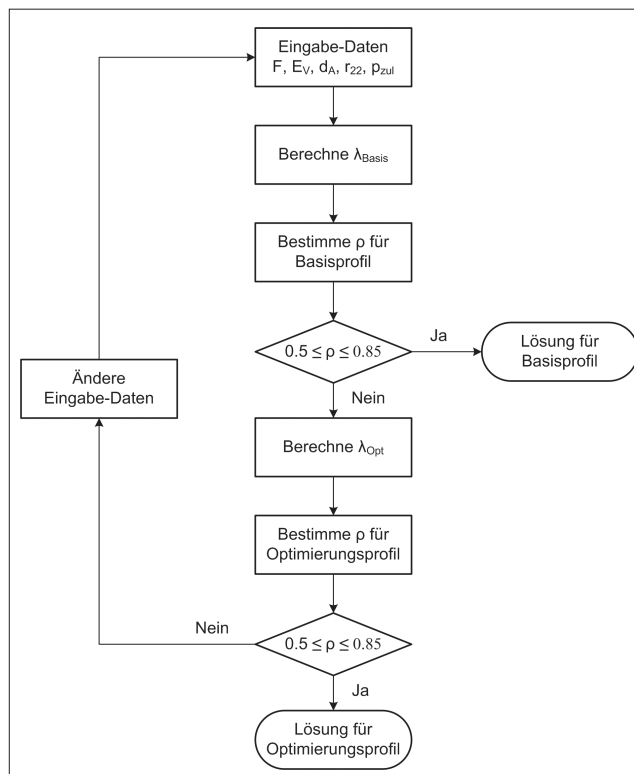


Abb. 6: Optimierungskurven: Lastfaktor λ in Funktion des Krümmungsparameters ρ , mit Beispiel $\lambda = 0,73$ und $\varphi = r_{11}/r_{22} = 4,0 \rightarrow \rho \approx 0,83$ [5].

stoff-Laufrollen mit zwei theoretischen Berührungspunkten so definiert werden, dass bei gegebenem zulässigem Kontaktdruck eine bestimmte Kraft mit minimalen Kontaktflächenabmessungen aufgenommen werden kann. Dies dürfte wie dargelegt in mancherlei Hinsicht Vorteile bringen. Daneben sind aber auch Vorgehensweisen denkbar, die von andern Zielgrössen aus gehen.

Die Methode selber basiert auf der Hertzschen Theorie der Kontaktprobleme, ist aber so aufbereitet, dass sie in der Praxis ohne spezielle theoretische Kenntnisse und mit vergleichsweise geringem Aufwand

Abb. 7: Vorgehensschema der Optimierungsmethode [5].



angewendet werden kann. Sie eignet sich auch für die Handhabung mittels Tabellenkalkulation, was etwa bei Variantenvergleichen nützlich sein kann. Eine allfällige FEM-Analyse kann dann bereits mit einem optimierten Profil erfolgen, ohne dass ein solches zuerst mittels zeitlich aufwändiger Parametervariationen ermittelt werden muss.

Da die Methode von Unterlagen mit zylindrischen, also geradlinigen Profilen ausgeht, kann sie auch nur auf Rollen angewendet werden, die auf derartigen Unterlagen laufen. Situationen mit Unterlagen, die auch in Längsrichtung gekrümmt sind, können mit ihr ebenso wenig erfasst werden wie solche mit Seilauflagen, bei denen die Umschlingung der Rolle durch das Seil und die Struktur des Seils völlig andere Kontaktverhältnisse hervorrufen.

Literatur

- [1] Kunz, J., Bürzle, W.: Kontaktmechanik konkaver Kunststoff-Laufmantelrollen. SwissPlastics 30 (2008) 9, S. 17–20
- [2] Kunz, J., Studer, M.: Rollwiderstand von Kunststoff-Laufrollen berechnen. SwissPlastics (demnächst)
- [3] Grothe, K.-H., Feldhusen, J. (Hrsg.): Doppel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Springer Verlag Berlin, 22. Aufl., 2007
- [4] Czichos, H., Hennecke, M. (Hrsg.): Hütte – Das Ingenieurwissen. Springer Verlag Berlin, 33. Aufl., 2008
- [5] Kunz, J., Bürzle, W.: Forschungsprojekt Auslegung von Kunststoff-Laufrollen. Diverse interne, unveröffentlichte Dokumente. HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2009
- [6] Erhard, G.: Konstruieren mit Kunststoffen. Carl Hanser Verlag München, 4. Aufl., 2008

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts «Konstruieren mit Kunststoffen». Für dessen Förderung danken die Verfasser dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.