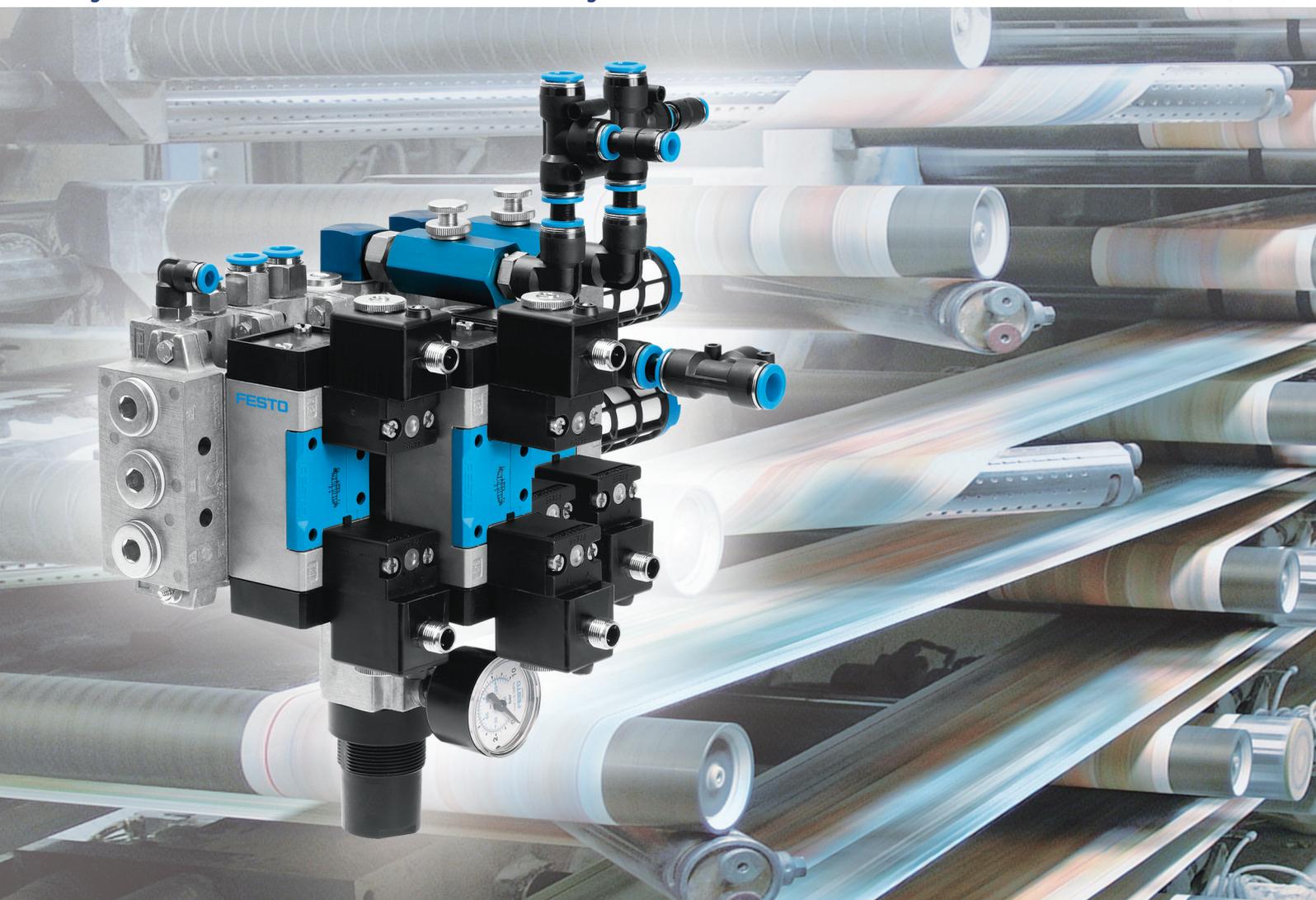


# Konstruktion

Zeitschrift für Produktentwicklung und Ingenieur-Werkstoffe

Organzeitschrift der VDI-Gesellschaften Entwicklung Konstruktion Vertrieb (VDI-EKV) und Werkstofftechnik (VDI-W)



## Druckbelastungsgrenzen von Stäben geringer Schlankheitsgrade

J. Kunz

J. Kunz

# Druckbelastungsgrenzen von Stäben geringer Schlankheitsgrade

## Bars of small Slenderness Ratio: Compressive Load Limits

**Inhalt** Es werden die Grundlagen des Druckversagens von Stäben geringer Schlankheitsgrade dargestellt und Möglichkeiten für die Bestimmung ihrer Druckbelastungsgrenzen für die Berechnungspraxis aufgezeigt, insbesondere für den Übergangsbereich zwischen dem Knicken als Versagen infolge Instabilität und dem festigkeitsbedingten Werkstoffversagen. Abschließend werden diesbezügliche Besonderheiten wichtiger Werkstoffgruppen wie Baustähle als zähe und Gusseisen als spröde metallische Werkstoffe sowie thermoplastische Kunststoffe betrachtet.

**Abstract** The fundamentals of failure of compression loaded bars of small slenderness ratio are presented and possibilities for the determination of their limits of compression load for practical calculation purposes are shown, particularly for the transition range between buckling as failure due to instability and failure caused by insufficient material strength. Finally, respective peculiarities of important groups of materials such as construction steels as tenacious and cast iron as brittle metallic materials as well as thermoplastics are reviewed.

## 1 Einleitung

Die Art des Versagens von Stäben unter axialer Druckbelastung ist wesentlich von ihrer Schlankheit abhängig, also vom Verhältnis der Stablänge zur Form und Größe des Querschnitts und von der Lagerung des Stabes. Bei ausreichender Schlankheit versagen solche Stäbe bekanntlich durch Verlust des stabilen Gleichgewichts der äußeren Kräfte, was zur Folge hat, dass das Bauteil der Belastung seitlich ausweicht, also ausknickt. Knicken als Versagensart ist demnach in erster Linie geometriebestimmt. Bei gedrungener Gestalt bzw. geringer Schlankheit dagegen besteht das Versagen im Erreichen von Festigkeitsgrenzen des Werkstoffs. So ist bei zähem Werkstoffverhalten mit plastischen Verformungen zu rechnen, bei

sprödem Verhalten mit Druckbruch. Zwischen diesem reinen Druckversagen des Werkstoffs und dem reinen Knicken liegt ein Übergangsbereich, der allein analytisch kaum erfassbar ist, weshalb sich zur Beschreibung der Belastungsgrenzen im Verlauf der Zeit empirische Theorien etabliert haben.

Die für die Bauteilauslegung erforderlichen Belastungsgrenzen (sog. „zulässige Belastungen“) sind generell bestimmt durch die Art des Versagens, die gewählten oder verlangten Sicherheiten und allfällige, wenigstens empirisch quantifizierbare Einflüsse auf das Versagensgeschehen. Erfasst werden sie zumeist mit der Festigkeits- bzw. Stabilitätsbedingung

$$\sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{zul}} = \sigma_G \cdot \frac{C}{S} \quad (1)$$

hier dargestellt am Beispiel des einachsigen Spannungszustandes. In ihr wird die maximale Spannung der zulässigen Spannung gegenübergestellt, welche aus dem Spannungsgrenzwert  $\sigma_G$  als Versagenskenngröße, der Sicherheit  $S$  und einem allfälligen Einflussfaktor  $C$  berechnet werden kann. Gelegentlich kann es sinnvoll sein, anstelle von (1) die Verformungsbedingung

$$\varepsilon_{\max} \leq \varepsilon_{\text{zul}} = \varepsilon_G \cdot \frac{C}{S} \quad (2)$$

zu verwenden, in der die Spannungen durch die entsprechenden Dehnungen ersetzt sind.

Beim Versagen durch Knicken und durch Erreichen bzw. Überschreiten einer Festigkeitsgrenze handelt es sich um ganz unterschiedliche Versagensmechanismen mit entsprechend unterschiedlichen Sicherheitsanforderungen (Tabelle 1). Daher wird hier der Frage nachgegangen, wie die Belastungsgrenzen im Übergangsbereich zwischen diesen beiden Versagensarten sinnvoll bestimmt werden können.

## 2 Ideales Knicken

Die EULER [1] zu verdankende analytische Beschreibung des Knickens basiert auf einer Biegetheorie 2. Ordnung mit strengen Voraussetzungen: Die Achse des zylindrischen Stabes ist gerade, die axial ausgerichteten Druckkräfte  $F$  wirken zentral, also im Schwerpunkt der Querschnittsfläche am Stabende, die Massenkkräfte werden als unbedeutend vernachlässigt, die geometrischen Randbedingungen sind vollkommen erfüllt, und das Material verformt sich

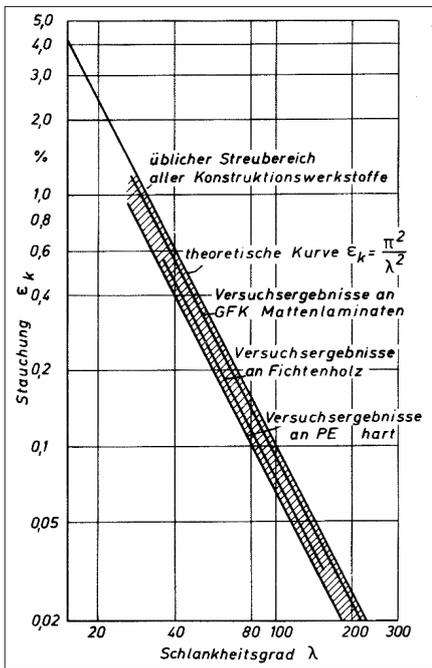
### Autor

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz  
Institut für Werkstofftechnik und  
Kunststoffverarbeitung (IWK)  
HSR Hochschule für Technik Rapperswil  
Oberseeestr. 10  
8640 Rapperswil/CH  
E-Mail: iwk@hsr.ch

Fall	1	2	3	4	5
s	0,5l	l	2l	≈ 0,7l	l

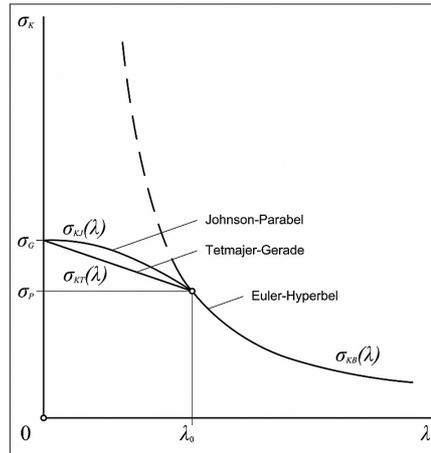
**Bild 1**

Die fünf Knickfälle und ihre zugehörigen freien Knicklängen s



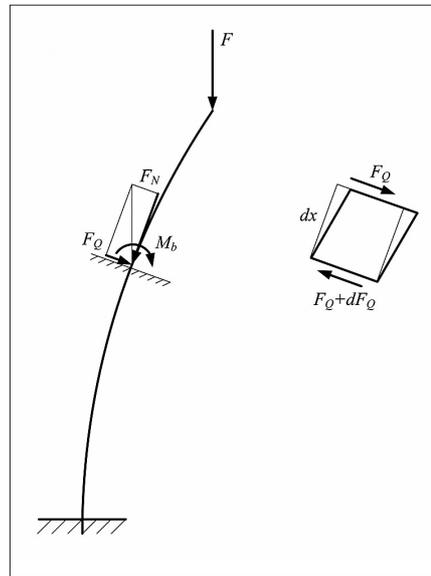
**Bild 3**

Dimensionsloses, werkstoffunabhängiges Knickdiagramm [4]



**Bild 2**

Knickspannung  $\sigma_k$  in Funktion des Schlankheitsgrades  $\lambda$  (schematisch)



**Bild 4**

Querkraftwirkung auf die ausgeknickte Stabachse

unter Last linear-elastisch bzw. linear-viskoelastisch. Wichtigstes Ergebnis dieser Eulerschen Theorie ist die kleinste Kraft, unter der das stabile Gleichgewicht der axialen Druckkräfte instabil wird, so dass der Stab seine Funktion nicht weiterhin erfüllen kann. Diese kritische Kraft bzw. Knickkraft ist bestimmt durch die Beziehung

$$F_{KE} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{s^2} \quad (3)$$

Darin sind  $E$  der Elastizitätsmodul,  $I$  das für das Knicken maßgebende axiale Flächenträgheitsmoment des Stabquerschnitts und  $s$  die für das Knicken maßgebende sog. freie Knicklänge, nämlich der Abstand zwischen zwei Wendepunkten der beim Knicken ausgebogenen Stabachse. Diese freie Knicklänge hängt also nebst der effektiven Stablänge  $l$  auch von der Lagerung des Stabes ab. Die kombinatorische Variation der möglichen Randbedingungen führt zu fünf unterschiedlichen Knickfällen (Bild 1) [2].

Beziehung (3) kann anhand einer einfachen Überlegung in eine werkstoffunabhängige und damit allgemeingültige Form gebracht werden, indem von der Knickkraft  $F_{KE}$  auf die Knickspannung  $\sigma_{KE}$  und mit dem Hookeschen Gesetz auf die kritische Stauchung

$$\varepsilon_{KE} = \frac{\sigma_{KE}}{E} = \frac{F_{KE}}{E \cdot A} = \pi^2 \cdot \frac{I}{s^2 \cdot A} = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \quad (4)$$

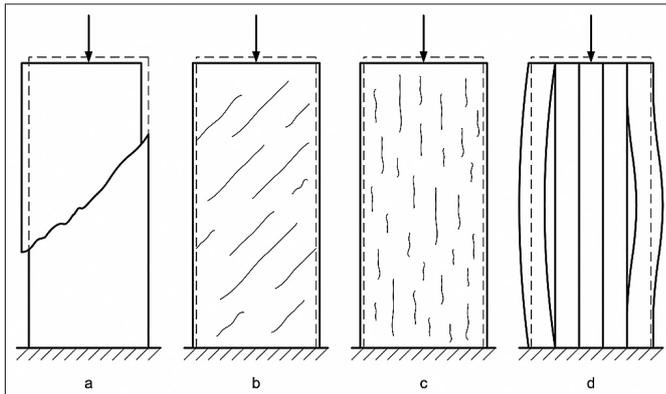
geschlossen wird. Diese ist die auf die Stablänge  $l$  bezogene Verkürzung des Stabes beim Knicken. Darin ist der sog. Schlankheitsgrad

$$\lambda = s \cdot \sqrt{\frac{A}{I}} \quad (5)$$

eine rein geometrische Größe aus Stablänge  $l$  und Lagerung sowie Größe  $A$  und Form des Querschnitts, also eine Kennzahl, welche die für das Knicken relevante Geometrie vollständig charakterisiert. Die kritische Stauchung ist somit allein von der Geometrie bestimmt [3]. Dies bedeutet, dass geometrisch gleiche Stäbe aus unterschiedli-

chen Werkstoffen bei ein- und derselben Stauchung versagen. Allerdings sind die hierfür je erforderlichen Spannungen bzw. Kräfte mit  $E$  eine direkte Funktion der Werkstoffsteifigkeit.

Der Zusammenhang zwischen der kritischen Stauchung  $\varepsilon_{KE}$  und dem Schlankheitsgrad  $\lambda$  nach Beziehung (4) stellt eine Hyperbel 2. Grades dar, die wie bei der Knickspannung üblicherweise als Euler-Hyperbel (Bild 2) bezeichnet wird. Die Funktion ist also dimensionslos und werkstoffunabhängig. Im doppeltlogarithmischen Diagramm wird sie als Gerade abgebildet (Bild 3). Die Gegenüberstellung von Theorie und Versuch an unterschiedlichen Werkstoffen zeigt eine erstaunliche Übereinstimmung, abgesehen von einer prozentual praktisch konstanten Abweichung der unteren Grenze des Messwerte-Streubereichs. Diese Abweichung ist sicherlich auch auf die möglichen Imperfektionen zurückzuführen, also auf die nicht vollkommen erfüllten Voraussetzungen der Theorie, wie vorgebogener Stabachse, verformbarer Lagerung, exzentrischer oder



**Bild 5**  
Wichtigste Formen des festigkeitsbedingten Druckversagens  
a Druckbruch  
b Plastische Verformungen  
c Mikrorissbildung (Crazes)  
d Delamination

nicht axialer Lastangriff sowie nichtlineares Verformungsverhalten des Werkstoffs. Erfasst man sie empirisch in einem abmindernden Einflussfaktor, so ergibt dies über den ganzen Bereich des Schlankheitsgrades die Größenordnung  $C \approx 0,65$ . Diese Zusammenhänge gelten bei hinreichend hohen Schlankheitsgraden.

### 3 Knicken bei geringeren Schlankheitsgraden

Bei der Herleitung der Eulerschen Knicklast (3) wird wie bei der Biegetheorie der Balken der Schubfluss (Querkraft) im Querschnitt der ausgebogenen Stabachse, Bild 4) vernachlässigt. Dies ist solange gerechtfertigt, als die Stäbe sehr schlank sind. Bei geringeren Schlankheitsgraden führt diese Vernachlässigung aber zu einer spürbaren Überschätzung der Knickkraft bzw. Unterschätzung der Knickgefahr, so dass sie nicht mehr verantwortet werden kann. Wird dagegen der Schubfluss mitgerechnet [5], so resultiert für die Knicklast

$$F_{KE} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot (1 + \mu) \cdot \pi^2 \cdot \frac{I}{s^2 \cdot A}} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I}{s^2} \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot (1 + \mu) \cdot \frac{\pi^2}{\lambda^2}} \quad (6)$$

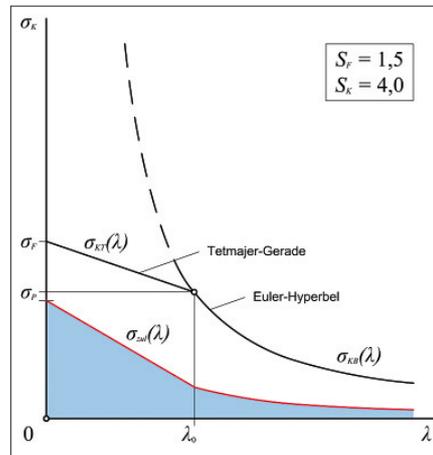
bzw. für die kritische Stauchung

$$\varepsilon_{KE} = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{1 + 2 \cdot (1 + \mu) \cdot \frac{\pi^2}{\lambda^2}} \quad (7)$$

Dieser Schubfluss wird in den Gleichungen (6, 7) also durch den zweiten Bruch ausgedrückt, der außer vom Schlankheitsgrad noch von der Querkontraktionszahl  $\mu$  des Stabwerkstoffs abhängt. Bei  $\mu = 0,3$  beispielsweise beträgt die Herabsetzung für die Schlankheitsgrade von  $\lambda = 10; 20; 30; 40$  jeweils 20,4; 6,0; 2,8; 1,6 %. Ab  $\lambda \approx 50$  ist der Schubfluss kleiner als 1,0 % und daher ohne weiteres vernachlässigbar.

### 4 Übergangsbereich Knicken – Druckversagen

Mit abnehmendem Schlankheitsgrad steigen die Knickspannung (Bild 2) bzw. die kritische Stauchung (4) bzw. (7) überproportional an, und zwar – je nach Werkstoff – weit über die festigkeitsbedingte Dehngrenze des Druckversagens hinaus. Als Druckversagen kann also außer Knicken je nach Verhalten und Struktur des Werkstoffs Druckbruch, plastische Verformung, Mikrorissbildung, Delamination usw. auftreten



**Bild 6**  
Belastungsgrenze  $\sigma_{zul}$  in Funktion des Schlankheitsgrades  $\lambda$  nach Gleichung (11) im Beispiel mit den Sicherheiten  $S_F = 1,5$  gegen Fließen und  $S_K = 4,0$  gegen Knicken (schematisch)

(Bild 5). Im Übergangsbereich zwischen dem Knicken als Stabilitätsversagen und dem festigkeitsbedingten Versagen stellen sich zunehmende Abweichungen vom Eulerschen Knickverhalten ein, die nicht zuletzt auch auf die sich stärker bemerkbar machenden Nichtlinearitäten im Verformungsverhalten zurückzuführen sind.

Das Versagensverhalten in diesem Übergangsbereich zwischen dem reinen Knicken und dem festigkeitsbedingten Druckversagen ist sehr komplex und daher auf theoretischem Weg kaum hinreichend beschreibbar. Seine ingenieurmäßige Beschreibung wurde daher schon früh mittels empirischer Theorien versucht. Unter diesen sind vor allem jene sehr anschaulich, die das reine Knicken und das festigkeitsbedingte Druckversagen durch eine einfache mathematische Funktion verbinden, so etwa durch die Tetmajer-Gerade [10]

$$\sigma_{KT} = \sigma_G - (\sigma_G - \sigma_P) \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} \quad (8)$$

oder die Johnson-Parabel [11]

$$\sigma_{KJ} = \sigma_G - (\sigma_G - \sigma_P) \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 \quad (9)$$

(Bild 2), deren Scheitel bei  $\lambda = 0$  liegt. Darin sind  $\sigma_G$  der Spannungsgrenzwert beim werkstofflichen Druckversagen,  $\sigma_P$  die Proportionalitätsgrenze als obere Grenze des linearen Verformungsbereichs mit dem zugehörigen Grenzschlankheitsgrad

$$\lambda_0 = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma_P}} \quad (10)$$

der somit die Gültigkeit der Eulerschen Theorie auf den Bereich  $\lambda \geq \lambda_0$  beschränkt.

Geht man nun bei der Bestimmung der Belastungsgrenzen realistisch von unterschiedlich großen Sicherheitsfaktoren  $S_G$  gegen das werkstoffliche Druckversagen und  $S_K$  gegen Eulersches Knicken aus (Tabelle 1), so bietet sich deren Berücksichtigung gemäß

Versagensart	Werkstoff bzw. Werkstoffverhalten	Sicherheitsfaktoren	Quellen	<b>Tabelle 1</b>
Druckbruch	Sprödes Verhalten	$S_B \approx 2,0 \div 4,0$	[6]	<b>Größenordnung empfohlener Sicherheitsfaktoren für verschiedene Versagensarten und Werkstoffe</b>
Plastische Verformung	Zähes Verhalten	$S_F \approx 1,2 \div 2,0$	[6]	
Mikrorisse (Crazes)	Thermoplaste	$S_F \approx 1,0 \div 1,5$	[7, 8]	
Knicken	Linear-elastisches bzw. linear-viskoelastisches Verhalten	$S_K \approx 3,0 \div 5,0$	[6]	
		$S_K \approx 5,0 \div 10$	[9]	
	Unelastischer Bereich	$S_K \approx 3,0 \div 8,0$	[9]	

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_G}{S_G} - \left( \frac{\sigma_G}{S_G} - \frac{\sigma_P}{S_K} \right) \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} \quad (11)$$

bzw.

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_G}{S_G} - \left( \frac{\sigma_G}{S_G} - \frac{\sigma_P}{S_K} \right) \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 \quad (12)$$

mit einem stetigen Übergang zwischen den beiden Versagensarten an (Bild 6). Diese werden so mit dem Verhältnis  $\lambda/\lambda_0$  gewichtet. Für  $\lambda = 0$  wird ausschließlich das werkstoffliche Druckversagen mit der zugehörigen Sicherheit erfasst, bei  $\lambda = \lambda_0$  ausschließlich das Eulersche Knicken mit der Sicherheit  $S_K$ . Diese Festlegung der Belastungsgrenzen erfüllt ein seit langem bekanntes Postulat [12]. In (11) bzw. (12) können allenfalls auch noch je Versagensart spezifische Einflussfaktoren  $C$  einbezogen werden, wie sie weiter oben beschrieben worden sind. Bei Bedarf lassen sich analoge Funktionen zu (8), (9), (11) und (12) ebensogut wie (4) und (7) mit den entsprechenden Dehnungswerten verwenden.

## 4 Werkstoffspezifische Unterschiede

Die Beschreibung der Belastungsgrenzen von Stäben geringer Schlankheitsgrade erfordert je nach dem mechanischen Verhalten der Werkstoffe ganz unterschiedliche Funktionen. Dies sei am Beispiel dreier wichtiger Werkstoffgruppen erläutert.

Bei Baustählen als verbreitete metallische Konstruktionswerkstoffe hoher Zähigkeit liegen die der Druckfließgrenze entsprechenden Dehnungen je nach Festigkeitsklasse im Bereich von 0,1 bis 0,2 %, und die Grenzschlankheitsgrade bewegen sich zwischen etwa 80 und 105. Die Gültigkeit der Eulerschen Theorie ist dementsprechend auf Stäbe relativ hoher Schlankheit begrenzt. Damit ist der weiter oben besprochene Übergangsbereich mit den vom jeweiligen Schlankheitsgrad  $\lambda < \lambda_0$  abhängigen Versagensgrenzen (11) bzw. (12) für Werkstoffe dieser Art von besonderer Bedeutung. Für ihre Beschreibung hat sich in der Praxis die Tetmajer-Gerade (8) bewährt. Fließgrenze  $\sigma_F$  als maßgebender Kennwert für das Versagen durch plastische Verformungen (Bild 5b) und Proportionalitätsgrenze  $\sigma_P$  der Baustähle liegen auch unter Druckbeanspruchung in einem typischen Verhältnis zur Zugfestigkeit, nämlich  $\sigma_F = c_F \cdot \sigma_B \approx 0,6 \cdot \sigma_B$  bzw.  $\sigma_P = c_P \cdot \sigma_B \approx 0,5 \cdot \sigma_B$ . Mit diesen Verhältniszahlen können beispielsweise (10) und (11) umgeschrieben werden zu den Beziehungen

$$\lambda_0 \approx \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{c_P \cdot \sigma_B}} \quad (13)$$

$$\sigma_{zul} \approx \left[ \frac{c_F}{S_F} - \frac{\lambda}{\pi} \cdot \left( \frac{c_F}{S_F} - \frac{c_P}{S_K} \right) \cdot \sqrt{\frac{c_P \cdot \sigma_B}{E}} \right] \cdot \sigma_B \quad (14)$$

als gute Ansätze für den praktischen Gebrauch. Gleiches gilt, wenn auch mit etwas anderen Zahlenwerten, für andere zähe metallische Werkstoffe.

Gusseisen als typischer Vertreter spröder Werkstoffe kann wie bekannt auf Druck wesentlich höher belastet werden als auf Zug, und die Spannungs-Dehnungs-Charakteristik weist praktisch kaum einen linearen Bereich auf. Damit bleibt eine wesentliche Voraussetzung der Eulerschen Theorie nicht erfüllt, was deren Gültigkeitsbereich entsprechend stark einschränkt. Für GG20 etwa liegen die Druckfestigkeit bei  $\sigma_{dB} \approx 800 \text{ N/mm}^2$ , der Grenzschlankheitsgrad in der Größenordnung von  $\lambda_0 \approx 80$  und die der Proportionalitätsgrenze  $\sigma_P$  entsprechende Spannung bei etwa 150 bis 160 N/mm<sup>2</sup>. Da die Druckfestigkeit als maßgebender Spannungsgrenzwert für das festigkeitsbedingte spröde Druckversagen (Bild 5a) rund fünfmal höher ist, überdeckt die Belastungsgrenze im Übergangsbereich eine sehr große Spannungsdifferenz. Aus diesem Grund wird bei solchen Werkstoffen zur besseren Anpassung an die Versuchswerte die Tetmajer-Gerade (8) bzw. (11) etwa durch eine Parabel der Form  $\sigma_{KT} = a - b \cdot \lambda + c \cdot \lambda^2$  ersetzt (Bild 7), die mit den Werkstoffkennwerten  $\sigma_G = \sigma_{dB}$  und  $\sigma_P$  mit den Beziehungen

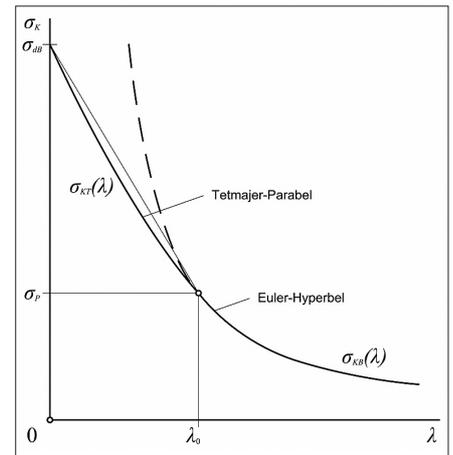
$$\sigma_{KT} = \sigma_{dB} - (\sigma_{dB} - \sigma_P + 4 \cdot \sigma_0) \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} + 4 \cdot \sigma_0 \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 \quad (15)$$

bzw.

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_{dB}}{S_B} - \left( \frac{\sigma_{dB}}{S_B} - \frac{\sigma_P}{S_K} + 4 \cdot \sigma_0 \right) \cdot \frac{\lambda}{\lambda_0} + 4 \cdot \sigma_0 \cdot \left( \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^2 \quad (16)$$

anwendbar ist. Darin stellt  $\sigma_0$  als Anpassungsgröße die maximale Abweichung der Parabel von der Geraden bei  $\lambda = \lambda_0/2$  dar.

Thermoplastische Kunststoffe können wegen ihrer vergleichsweise geringen Steifigkeit bis zu deutlich höheren Dehnungen



**Bild 7**

**Knickspannung  $\sigma_K$  in Funktion des Schlankheitsgrades  $\lambda$  bei sprödem Werkstoffverhalten (schematisch)**

als metallische Werkstoffe schädigungsfrei belastet werden. Unter langzeitiger Belastung treten bei amorphen Thermoplasten ab  $\varepsilon \approx 0,8 \%$  sogenannte Crazes (mikroskopische Verstreckungen, Mikrorisse senkrecht zur größten positiven Dehnung, Bild 5c) auf, bei teilkristallinen Thermoplasten liegt diese Dehnung bei  $\varepsilon \approx 2,0 \%$  und höher. Bei kurzzeitiger Belastung von deutlich unter 1 h liegen diese Werte gut und gern doppelt so hoch, worin sich u.a. das viskoelastische Verhalten spiegelt. Unter Druckbelastung ergäben sich somit in Krafrichtung bei Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes zugehörige Stauchungen  $\varepsilon_d \approx -\varepsilon/\mu$  in der Größenordnung von etwa 2,0 bzw. 5,0 % langfristig und 4,0 bzw. 10 % kurzzeitig. Selbst wenn die in diesen Dehnungsbereichen spürbare Nichtlinearität diese Werte ohne weiteres halbieren kann, erklärt sich dennoch die Beobachtung, dass thermoplastische Werkstoffe selbst bei sehr geringen Schlankheitsgraden ein nahezu Eulerisches Knickverhalten ohne ausgeprägten Übergangsbereich zeigen (Bild 3). Allerdings empfiehlt es sich bei sehr kleinen  $\lambda$ -Werten, den Schubefluss auf Knicklast oder kritische Stauchung mit (6) bzw. (7) zu berücksichtigen.

## 5 Zusammenfassung

Die angemessene, auf den jeweiligen Werkstoff abgestimmte Erfassung der Druckbelastungsgrenzen ist bei der Auslegung von Stäben kleiner Schlankheitsgrade nicht nur in technischer Hinsicht von Bedeutung, sondern ebenso sehr aus Gründen der Wirtschaftlichkeit. Spezielle Beachtung verlangt der Übergangsbereich zwischen dem reinen Knicken und dem festigkeitsbedingten Druckversagen, das je nach Werkstoff sehr unterschiedlich ausfallen kann. Dies erforder-

dert für den Übergangsbereich auf das jeweilige Werkstoffverhalten abgestimmte Berechnungsansätze und Sicherheitsüberlegungen. Gegen das reine Knicken sind deutlich höhere Sicherheiten einzukalkulieren als gegen das werkstoffliche Druckversagen, und bei diesem wiederum unterscheiden sich die Sicherheitsfaktoren in ihrer empfohlenen Größe je nach dem Versagensmechanismus. Der hier vorgestellte Ansatz bezieht die Sicherheiten sowohl des reinen Knickens als auch des Werkstoffversagens ein und gewichtet sie in Funktion des Schlankheitsgrades.

## Literatur

- [1] Euler, L.: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes; Appendix: De curvis elasticis.* Lausanne und Genf, 1744
- [2] Ziegler, H.: *Vorlesungen über Mechanik.* Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart, 1970, S. 265
- [3] Gaube, E., Menges, G.: *Knicken und Beulen von thermoplastischen Kunststoffen am Beispiel des Hartpolyäthylens; Teil 1. Knicken.* Kunststoffe 58(1968)2, S. 153–158
- [4] Taprogge, R.: *Konstruieren mit Kunststoffen.* VDI-Taschenbücher T21. VDI-Verlag Düsseldorf, 1971, S. 42
- [5] Engesser, F.: *Zentr. Bauverwaltung* 11(1891), S. 483
- [6] Wellinger, K., Dietmann, H.: *Festigkeitsberechnung.* Alfred Kröner Verlag Stuttgart, 3. Aufl., 1976, S. 79
- [7] Menges, G., Taprogge, R.: *Denken in Verformungen erleichtert das Dimensionieren von Kunststoffteilen; Teil 1.* VDI-Z 112(1970)6, S. 341–346
- [8] Aengenheyster G.: *Konventionelle Dimensionierung.* In: Michaeli, W., Brinkmann, Th., Lesse- nich-Henkys, V. (Hrsg.): *Kunststoffbauteile werkstoffgerecht konstruieren.* Carl Hanser Verlag München, 1995, S.183
- [9] Grothe, K.-H., Feldhusen, J. (Hrsg.): *Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau.* Springer Verlag Berlin, 22. Aufl., 2007
- [10] Tetmajer, L.: *Die Gesetze der Knickung und der zusammengesetzten Druckfestigkeit der technisch wichtigsten Baustoffe.* 3. Aufl., Leipzig und Wien, 1903
- [11] Johnson, J. B.: *Modern Framed Structures,* New York, 1894, S. 148
- [12] Timoshenko, S.: *Strength of Materials, Part I. D. Van Nostrand Comp. Inc. Princeton,* 3. Aufl., 1955, S. 271

## Der scharfe Blick für Innovation und Wirtschaftlichkeit.



**iwk**

Institut für Werkstofftechnik  
und Kunststoffverarbeitung

Oberseestrasse 10  
Postfach 1475  
CH-8640 Rapperswil

T + 41 (0)55 222 47 70  
F + 41 (0)55 222 47 69  
iwk@hsr.ch / www.iwk.hsr.ch