

Auslegung von Kunststoffkonstruktionen

Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls erfassen

Die Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls kann in guter Übereinstimmung mit Messwerten und mathematisch einfach durch eine Potenzfunktion beschrieben werden. Der darin enthaltene Temperaturkoeffizient ist in erster Linie werkstoffabhängig. Er lässt sich anhand relevanter Werkstoffdaten bestimmen, die den Zusammenhang zwischen den Grössen Kriechmodul bzw. Spannung und Dehnung, Zeit und Temperatur darstellen.

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Dozent für Berechnen und Gestalten von Kunststoffteilen im MAS-Studiengang Kunststofftechnik an der Hochschule für Technik der FH Nordwestschweiz

iwk
Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung

Beim Auslegen von Kunststoff-Bauteilen ist der Kriechmodul E_C als Kenngrösse der zeitabhängigen Steifigkeit viskoelastischer Werkstoffe von zentraler Bedeutung, nämlich immer dann, wenn Verformungen berechnet werden müssen, oder wenn ein strukturmechanisches Problem mit der Finite Element-Methode gelöst werden soll (Abb. 1). Nebst seiner Abhängigkeit von der Belastungszeit t weist der Kriechmodul wie praktisch alle mechanischen Kunststoffeigenschaften eine mehr oder weniger ausgeprägte Abhängigkeit von der Temperatur ϑ auf. Darüber hinaus wird er – vor allem bei grösseren Verformungen – zunehmend von der Dehnung ϵ bzw. Spannung σ_0 beeinflusst. Dies äussert sich in seiner Definition als Quotient der wirkenden Spannung und der von ihr hervorgerufenen Dehnung (Abb. 2), mithin als Sekantenmodul in der Form

$$E_C = \frac{\sigma_0}{\epsilon(t, \vartheta, \sigma_0)} \quad (1)$$

Gewöhnlich reicht es aus, den Kriechmodul für die massgebenden Grössen von Zeit und Temperatur zu kennen. Er kann dann – sofern verfügbar – einem Kriechmodul-Diagramm für die betreffende Temperatur entnommen oder anhand eines relevanten isochronen Spannungs-Dehnungs-Diagramms bestimmt werden. Fehlen solche Diagramme, so helfen allenfalls Näherungen weiter, wie zum Beispiel die Interpolationsfunktion

$$E_C(t) \approx E_{C0} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot (1 - c_C) \cdot \log_{10} \left(\frac{t}{t_0} \right) \right] \quad (2)$$

welche mit der Kriechbeständigkeit $c_C = E_{C3}/E_{C0}$ auf den Ein-Punkt-Daten

$E_{C3} = E_C(t_3 = 10^3 \text{ h})$ und $E_{C0} = E_C(t_0 = 1 \text{ h})$ der Werkstoff-Datenbank CAMPUS basiert [1] und die Zeitabhängigkeit des Kriechmoduls bei Raumtemperatur im Bereich ($10^2 \text{ h} \leq t \leq 10^4 \text{ h}$) in der Regel recht gut beschreibt [2, 3]. Damit kann sie auch für Berechnungen komplexeren Charakters beigezogen werden, etwa wenn die Spannungs-, Kraft- und/oder Dehnungs- bzw. Verformungsverläufe in Funktion der Zeit interessieren. In man-

chen Fällen wäre eine analoge Funktion für die Erfassung der Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls hilfreich, sei es zwecks Interpolation zwischen zwei bekannten Werten bei unterschiedlichen Temperaturen oder für die Ermittlung von Spannungen und/oder Dehnungen bei stetig ändernder Temperatur.

Problemstellung

Das erwähnte Bedürfnis, die Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls mathematisch beschreiben zu können, gab den Anstoss zu einer Arbeit mit dem Ziel, eine solche Funktion zu erarbeiten. Diese Temperaturfunktion sollte in erster Linie praxistauglich sein, das heisst:

1. soweit möglich mit einfach verfü-



Bild: BASF Aktiengesellschaft

Abb. 1: Werkstoffeigenschaften und beanspruchungsgerechte Gestaltung bestimmen Steifigkeit und Belastbarkeit der Kunststoffkonstruktionen.

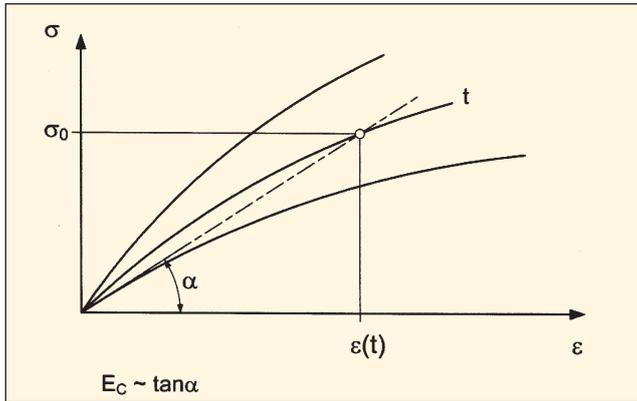


Abb. 2: Definition des Kriechmoduls als Sekantenmodul im isochronen Spannungs-Dehnungs-Diagramm (schematisch).

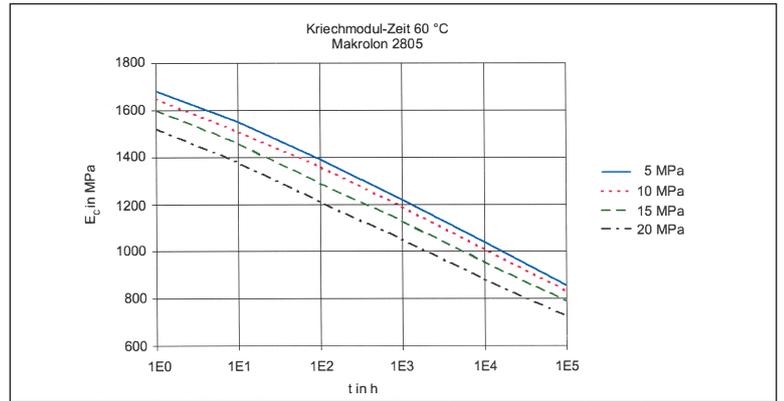


Abb. 3: Kriechmodul-Zeit-Diagramm des PC Makrolon 2805 von Bayer MaterialScience für 60 °C [1].

baren Werkstoffkennwerten auskommen, zum Beispiel aus verbreiteten Werkstoff-Datenbanken [1] oder aus Fachbüchern [4], und
 2. bequem gehandhabt werden können, also eine möglichst einfache Struktur aufweisen, dabei aber
 3. die Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls trotzdem gut wiedergeben.

Hinweis aus früherer Zeit

Den entscheidenden Anhaltspunkt auf der Suche nach einer geeigneten Temperaturfunktion des Kriechmoduls lieferten die Folgerungen, die Menges [5] schon 1967 aus umfangreichem Datenmaterial gezogen hatte. Er hatte u.a. die Kriechmoduln für 20, 40 und 60 °C bei gleicher Belastungsdauer *t* verglichen und festgestellt, dass die Verhältnisse zwischen zwei Kriechmoduln bei jeweils 20 °C Temperaturdifferenz nahezu übereinstimmen. Hieraus hatte er einen Temperaturkoeffizienten

$$\delta = \frac{E_{C/10^3 h/40^\circ C}}{E_{C/10^3 h/20^\circ C}} = \frac{E_{C/10^3 h/60^\circ C}}{E_{C/10^3 h/40^\circ C}} \quad \text{usw.} \quad (3)$$

definiert, der es erlaubt, ausgehend vom Kriechmodul bei Raumtemperatur dessen Grösse bei höherer Temperatur abzuschätzen. Für den Temperaturkoeffizienten von Thermoplasten hatte sich mit guter Genauigkeit der Wert $\delta = 0,7$ herausgestellt, bei Duroplasten beträgt er 0,85. Dies bedeutet, dass die Steifigkeit bei Ther-

moplasten je Temperatursprung von 20 °C um 30% abnimmt, bei Duroplasten um 15%. Bei einer Differenz von 40 °C beträgt der Temperaturkoeffizient der Thermoplasten demzufolge $0,7^2 \approx 0,5$. Mit diesen Werten lasse sich arbeiten, solange noch keine übermässige Erweichung einsetzt, bei PVC also bis einschliesslich 50 °C, bei Polyethylen bis und mit 70 °C. Diese Grenztemperaturen können der Schubmodul-Temperaturkurve (Abb. 5) als Temperatur beim Übergang vom linearen in den gekrümmten Verlauf zum Steilabfall entnommen werden.

Neue Untersuchungen

Gezielte Studien [6, 7] anhand von Thermoplasten bestätigten die qualitative Richtigkeit der Erkenntnisse von Menges. Betrachtet wurden dabei Werkstoffe aus der Datenbank CAMPUS, deren Kriechmodul für die beabsichtigte Auswertung direkt oder indirekt ausreichend dokumentiert ist,

so vor allem durch die Mehr-Punkt-Daten (bei verschiedenen Temperaturen), wie zum Beispiel

- Kriechmodul-Zeit-Diagramme (Abb. 3)
- Sekantenmodul-Dehnungs-Diagramme
- Spannungs-Dehnungs-Diagramme

- Isochrone Spannungs-Dehnungs-Diagramme (Abb. 4)
- Kriechkurven (Zeit-Dehnlinien-Diagramme, Abb. 6)

Leider zeigt sich, dass die benötigten Angaben bei der Mehrheit der Werkstoffe nur sehr lückenhaft bis überhaupt nicht vorhanden sind, wodurch die Auswahl stark beschränkt war. Immerhin konnten die Thermoplaste PA 6, PA 66, PBT, PET, PE-HD, POM, ABS, PC in die Untersuchung einbezogen werden.

Die insgesamt beobachtete Gesetzmässigkeit in der Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls weist auf eine einfache Potenzfunktion hin, die durch die Beziehung

$$E_C(t, \vartheta) \approx E_C(t, \vartheta_0) \cdot a_0^{\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1\right)} \quad (4)$$

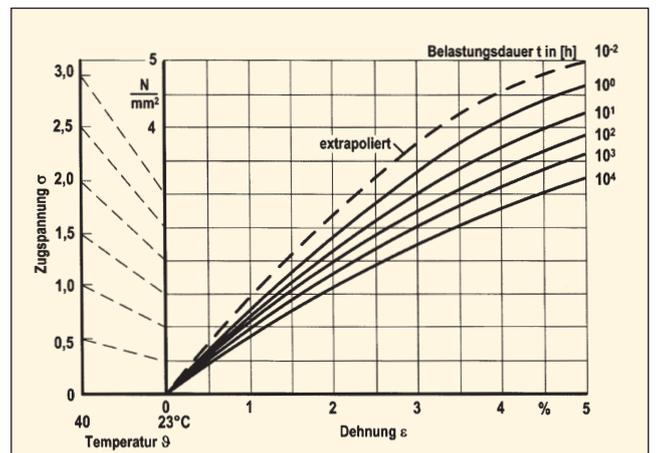


Abb. 4: Isochrone Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines PE-LD mit temperaturabhängiger Spannungsskala [4].

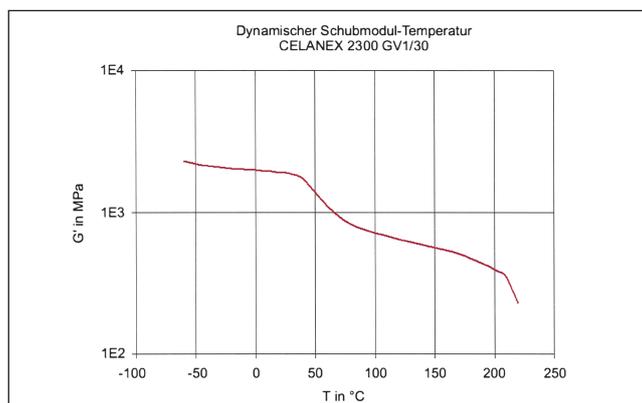


Abb. 5: Dynamischer Schubmodul über der Temperatur des PBT-GF30 Celanex 2300 GV1/30 von Ticona [1].

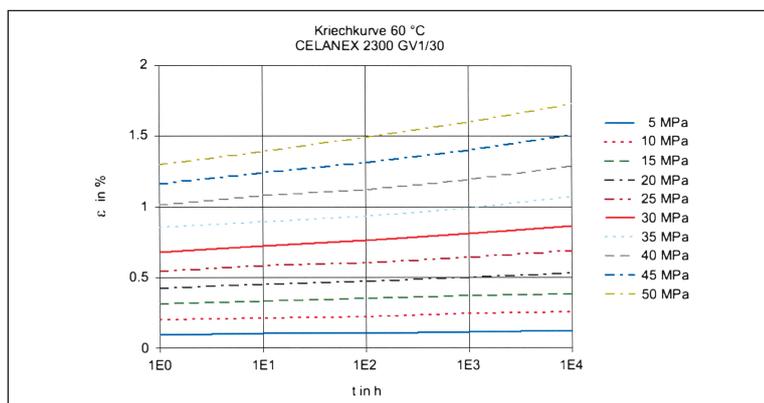


Abb. 6: Kriechkurve (Dehnung in Funktion der Zeit) des PBT-GF30 Celanex 2300 GV1/30 von Ticona bei 60 °C [1].

mathematisch dargestellt werden kann. Als Bezugstemperatur ϑ_0 dürfte zumeist die Raumtemperatur in Frage kommen, also heute üblicherweise 23 °C, seltener noch 20 °C.

Der zweite Faktor rechterhand des Ungefähr-Gleich-Zeichens in (4) ist die Temperaturfunktion des Kriechmoduls, mit der die Anforderungen der Problemstellung erfüllt werden können. Sie ist von der Belastungsdauer t unabhängig, was dem Zeit-Temperatur-Verschiebungsprinzip entspricht [8] und damit bei Werkstoffen mit linear-viskoelastischem Verhalten theoretisch zutrifft. Darüber hinaus kann sie als gute bis praktikable Näherung gelten.

Die Grösse a_0 in der Temperaturfunktion ist in erster Linie werkstoffabhängig. Ihre Bedeutung ist jene eines Abminderungsfaktors des Kriechmoduls bei einer Temperaturdifferenz in der Höhe der Bezugstemperatur, also $\Delta\vartheta = \vartheta_0$ wie zum Beispiel bei der Temperaturerhöhung von $\vartheta_0 = 23\text{ °C}$ auf 46 °C . Ausgehend von den Kriechmoduln gemäss (4) bei zwei verschiedenen Temperaturen ϑ_1 und ϑ_2 , aber je gleicher Belastungsdauer t und Spannung σ_0 , bzw. den resultierenden Dehnungen $\epsilon(t, \vartheta_1)$ und $\epsilon(t, \vartheta_2)$ erhält man mit der Definition (1) des Kriechmoduls die Bestimmungsgleichung

$$a_0 = \left[\frac{E_C(t, \vartheta_2)}{E_C(t, \vartheta_1)} \right]^{\frac{\vartheta_0}{\vartheta_2 - \vartheta_1}} = \left[\frac{\epsilon(t, \vartheta_1)}{\epsilon(t, \vartheta_2)} \right]^{\frac{\vartheta_0}{\vartheta_2 - \vartheta_1}} \quad (5)$$

Dabei ist zu beachten, dass der Wert von a_0 von der Bezugstemperatur ϑ_0 abhängt. So ergibt die Umrechnung des von Menges [5] für Thermoplaste mit Bezugstemperatur 20 °C angegebenen Temperaturkoeffizienten 0,7 auf die heute übliche Basis 23 °C den Grundwert

$$a_0 = 0,7^{\frac{23}{20}} = 0,7^{1,15} = 0,66 \quad (6)$$

Die eigenen Untersuchungen haben gezeigt, dass dieser Wert im Sinne einer Verallgemeinerung über alle Thermoplaste recht gut zutrifft, einzelne Werkstoffe jedoch davon mehr oder weniger stark abweichen (Tab. 1). Der analog umgerechnete Grundwert des Temperaturkoeffizienten von Duroplasten für die Bezugstemperatur 23 °C beträgt 0,83. Es ist durchaus denkbar, a_0 in Abhängigkeit von bestimmten Werkstoffparametern auszuwerten, wie etwa Verstärkungs- oder Füllstoffanteil, Feuchtegehalt usw. [6]. Normalerweise dürfte es aber zweckmässiger sein, den Temperaturkoeffizienten gezielt für den jeweiligen Werkstofftyp und Anwendungsfall zu bestimmen.

Auswertungsmöglichkeiten

Die Auswertung von (5) für einen konkreten Werkstoff bedarf relevanter Unterlagen, die den Zusammenhang zwischen den Grössen Kriechmodul bzw. Spannung und Dehnung, Zeit und Temperatur aufzeigen, sei es aus

der Datenbank Campus [1], Fachbüchern [4] oder Firmenschriften.

Zur Optimierung der Auswertung empfiehlt es sich – soweit möglich – a_0 für diverse, innerhalb der Vorgaben liegende Temperaturdifferenzen und/oder Belastungszeiten auszurechnen und über die i verschiedenen Werte auszumitteln gemäss

$$a_0 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n a_{0i} \quad (7)$$

Stehen Kriechmodul-Zeit-Diagramme eines Werkstoffs für verschiedene Temperaturen zur Verfügung, so kann Gleichung (5) direkt ausgewertet werden. Auf diese Weise erhält man beispielsweise für das PC Makrolon 2805 (Bayer MaterialScience) anhand der Kriechmodul-Zeit-Diagramme aus Campus (Abb. 3) bei einer Spannung von 5 N/mm² während 100 h einen Wert von $a_0 \approx 0,75$, gegenüber 0,85 für alle in Campus auswertbaren Polycarbonat-Typen insgesamt (Tab. 1).

Ebenso einfach erweist sich die Kalibrierung anhand isochroner Spannungs-Dehnungs-Diagramme für verschiedene Temperaturen oder mit temperaturabhängiger Spannungsskala (Abb. 4). So ergibt sich etwa für PE-LD bei einer Spannung von 2,0 N/mm² während 1000 h aus dem Term rechts in (5) der Wert $a_0 \approx 0,47$.

Eine derart komfortable Ausgangslage besteht jedoch eher sel-

Tab. 1: Grundwert des Temperaturkoeffizienten unverstärkter Thermoplaste je verschiedener Hersteller, ermittelt anhand von CAMPUS-Daten [1], mit Bezugstemperatur 23 °C [6].

Werkstoff	Temperaturkoeffizient a_0	Temperaturgrenze [°C]	Bemerkungen
PA 6	0,45	60	trocken
PA 66	0,5	90	trocken
POM	0,75	120	
PBT	0,4	60	
PET	0,7	120	
PE-HD	0,5	80	
ABS	0,7	80	
PC	0,85	120	

ten, da die Daten auch in Campus, wie schon erwähnt, leider nur sehr lückenhaft hinterlegt sind. Diese für die Praxis wenig befriedigende Situation zwingt zu Näherungen, soweit sie überhaupt möglich sind. Dabei werden zweckmässigerweise zwei Steifigkeits-Kennwerte für unterschiedliche Temperaturen verglichen. So geht etwa aus der Schubmodul-Kurve des PBT-GF30 Celanex 2300 GV1/30 von Ticona aus Campus (Abb. 5) für 23 °C und 60 °C mit den Werten $G'(\vartheta_1) \approx 1900 \text{ N/mm}^2$ bzw. $G'(\vartheta_2) \approx 1100 \text{ N/mm}^2$ das Verhältnis $1100/1900 = 0,58$ hervor und daraus $a_0 \approx 0,71$. Zum Vergleich: Die Auswertung der Kriechkurven (Abb. 6) für dieselben Temperaturen bei einer Belastungszeit von 100 h und einer Spannung von 30 N/mm^2 ergibt die Dehnungen $\epsilon(\vartheta_1) \approx 0,42\%$ bzw. $\epsilon(\vartheta_2) \approx 0,76\%$ und das Verhältnis $0,42/0,76 = 0,55$ mit $a_0 \approx 0,69$, was als sehr gute Übereinstimmung gelten kann. Wenn genauere Kennwerte fehlen, kann allenfalls auch der Verlauf des Zug-Elastizitätsmoduls über der Temperatur beigezogen werden (Abb. 7). Beispielsweise bei PMMA Plexiglas 8H von Degussa/Röhm betragen diese Kurzzeitwerte $E(23 \text{ °C}) \approx 3530 \text{ N/mm}^2$ und $E(60 \text{ °C}) \approx 2620 \text{ N/mm}^2$, woraus $a_0 \approx 0,83$ resultiert. Die Auswertung mittels des dynamischen Schubmoduls ergäbe dagegen $a_0 \approx 0,78$. Falls auch für solch durchaus brauchbare Näherungen kein Zahlenmaterial verfügbar ist, wird man sich wohl mit dem verallgemeinerten Wert (6) zufriedengeben müssen.

Schlussbetrachtung

Die Temperaturabhängigkeit des Kriechmoduls lässt sich mit der Potenzfunktion (4) recht gut mathematisch erfassen, sofern für die Bestimmung des Grundwertes a_0 auf hinreichend brauchbare Werkstoffdaten zugegriffen werden kann. Damit steht der Konstruktionspraxis ein nützliches mathematisches Werkzeug zur Verfügung, sei es für Inter- bzw. Extrapolationen, sei es für die analytische Berechnung von Verformungen oder zur Lösung strukturmechanischer Probleme mit der Finite Elemente-Methode bei viskoelastischen Werkstoffen. Interessant ist dabei die Tatsache, dass nach dem Zeit-Temperatur-Verschiebungsprinzip [8] die Einflüsse von Zeit und Temperatur durch zwei separate, voneinander unabhängige Funktionen ausgedrückt werden können. Demzufolge lassen sich die Beziehungen (2) und (4) multiplikativ zusammenführen zu

$$E_c(t, \vartheta) \approx E(t_0, \vartheta_0) \cdot a_0^{\left(\frac{\vartheta}{\vartheta_0} - 1\right)} \cdot \left[1 - \frac{1}{3} \cdot (1 - c_c) \cdot \log_{10} \left(\frac{t}{t_0} \right) \right] \quad (8)$$

was sich als gutes Materialgesetz erwiesen hat [7].

Die mathematische Beschreibung werkstoffmechanischer Zusammenhänge ist immer eine mehr oder weniger rigorose Idealisierung der komplexen Wirklichkeit. Dies gilt auch für das vorgestellte Potenzgesetz. Es genügt der wichtigsten Anforderung der Praxis, nämlich die wesentlichen Einflüsse hinreichend

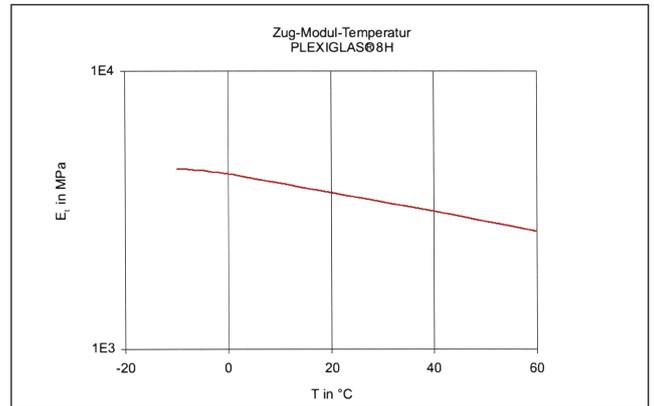


Abb. 7: Zug-Elastizitätsmodul über der Temperatur des PMMA Plexiglas 8H von Degussa/Röhm [1].

genau zu erfassen und zugleich einfach handhabbar zu sein. Selbst die aufgezeigten Näherungen bei der Kalibrierung des Temperaturkoeffizienten können als durchaus zweckmässig betrachtet werden.

Literatur

- [1] Campus 5.1 Werkstoffdatenbank (2006). CWFG GmbH, Frankfurt/Main
- [2] Kunz, J.: Kriechbeständigkeit – ein Kennwert für das Kriechverhalten. *Kunststoffe* 94(2004)1, S. 30–31
- [3] Kunz, J.: Kriech- und Stossverhalten aus Campus-Daten ableiten. *Kunststoffe-Synthetics* 50(2003)7, S. 7–9
- [4] Oberbach, K.: *Kunststoff-Kennwerte für Konstrukteure*. 2. Aufl., Carl Hanser Verlag München, 1980
- [5] Menges, G.: Abschätzen der Tragfähigkeit mässig beanspruchter Kunststoff-Formteile. *Kunststoffe*. 57(1967)6, S. 476–484
- [6] Tanner, F.: Näherungsweise Bestimmung des zeit- und temperaturabhängigen Kriechmoduls von Kunststoffen aus Campus-Ein-Punkt-Daten. Diplomarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2001
- [7] Kunz, J., Furrer, F., Studer, M., Forschungsprojekt Wärmespannungen in Kunststoffen. Diverse interne, unveröffentlichte Dokumente. HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2003–2006
- [8] Menges, G., Haberstroh, E., Michaeli, W., Schmachtenberg, E.: *Werkstoffkunde Kunststoffe*, 5. Aufl. Carl Hanser Verlag München, 2002

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Zusammenhang mit dem Forschungsprojekt «Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen». Für dessen Förderung dankt der Verfasser der Gebert RUF Stiftung, Basel, und dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.