

Konstruktionselemente aus Kunststoff: Kontaktmechanik von Kunststoffrollen

Kunststoffrollen mit dachartigem Laufmantelprofil

Für statisch belastete oder langsam laufende Kunststoffrollen, deren Laufmantel dachartig profiliert ist, werden verlässliche Formeln zur Berechnung von Kontaktdruck zwischen Rolle und Unterlage, Kontaktfläche, Abplattung und Vergleichsspannung angegeben. Sie sind in eingehenden Untersuchungen entwickelt worden. Damit ist auch dieser wichtige Rollentyp (Abb.1) der ingenieurmässigen Auslegung zugänglich.

Rollen mit einem Laufmantel aus Kunststoff können vorteilhafte Betriebseigenschaften wie geringe Geräuschentwicklung, hohe mechanische Dämpfung, gutes Federverhalten und hohe Verschleissfestigkeit mit einer wirtschaftlichen Fertigung verbinden. Dies gilt insbesondere dann, wenn sie im Spritzgiessverfahren hergestellt werden [1]. Verfahrensbedingt weisen solche Rollen nicht selten ein relativ flaches dachartiges Profil auf. Dieses besteht aus zwei symmetrisch angeordneten Kegelmantelflächen, die sich in der Trennebene des Spritzgiesswerkzeuges berühren (Abb. 3). Je nach Ausführungsvariante kann zwischen diesen Kegelmantelflächen ein zylindrischer Mittelbereich eingeschoben sein.

Die generell bestimmenden Grössen in der Kontaktmechanik der

Laufmantelrollen sind die mechanischen Eigenschaften des Kunststoff-Laufmantels und der Unterlage sowie die Geometrie der Rolle und der Kontaktflächen zueinander. Während für diese Zusammenhänge bei Rollen mit zylindrischem [2, 3] oder mit balligem Laufmantel [4, 5] praxisbewährte Formeln zur Verfügung stehen, sind für Rollen mit dachartigem Laufmantel bislang keine Berechnungsansätze bekannt geworden.

Problemstellung

Entsprechende Untersuchungen [6, 7, 8] hatten zum Ziel, die Gesetzmässigkeiten der Kontaktmechanik von Kunststoff-Laufrollen mit dachartigem Profil zu bestimmen und aus den Ergebnissen praxistaugliche Formeln abzuleiten. Dies unter Be-

schränkung auf statische oder quasi-statische Belastungen, wie sie für die Berechnung der statischen Tragfähigkeit, des Verformungsverhaltens im Stillstand und der Federwirkung bei langsamer Bewegung sowie für die Beurteilung des Anfahrwiderstands von Rollen von Bedeutung sind.

Vorgehen

Die Problemstellung wurde in der bewährten Kombination von theoretisch-analytischen, experimentellen und rechnerisch-numerischen Untersuchungen bearbeitet. Dieses Vorgehen umfasst im Wesentlichen folgende Schritte:

- Identifikation der massgeblichen Parameter des Problems anhand qualitativer Überlegungen.
- Rechnerisch-numerische Analysen mit der Finite Elemente Methode (FEM) unter gezielter Variation der Parameter zwecks Herausarbeitung der geltenden Gesetzmässigkeiten.
- Experimentelle Bestätigung der Ergebnisse.
- Erarbeiten von mathematisch möglichst einfachen, aber hinreichend genauen Berechnungsformeln für den maximalen Kontaktdruck zwischen Rolle und Unterlage, die Grösse der entstehenden Kontaktfläche und die Rollenabplattung, also die Verschiebung des Rollenzentrums in Richtung Unterlage (Abb. 2).

Voraussetzungen und Idealisierungen

Die Überlegungen basieren auf einer Reihe von Voraussetzungen und Idealisierungen:

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Institut für Werkstofftechnik und Kunststoffverarbeitung (IWK) an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Dozent für Berechnen und Gestalten von Kunststoffteilen in NDS Kunststofftechnik an der Hochschule für Technik der FH Nordwestschweiz

Dipl.-Ing. Matthias Holzinger, wissenschaftlicher Mitarbeiter am IWK Rapperswil

iwk
Institut für Werkstofftechnik
und Kunststoffverarbeitung



Abb. 1: Kunststoffrollen mit dachartigem Profil (Räder-Vogel GmbH & Co, D-21109 Hamburg; FTA Fahrzeugtechnik AG, 5035 Unterentfelden).

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts «Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen». Für dessen Förderung danken die Verfasser der Gerbert Rief Stiftung, Basel, und dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.

- a) der Laufmantel ist von doppelkegelförmiger Form, gegebenenfalls mit zylindrischem Mittelbereich (Abb. 3);
- b) Laufmantel und Nabe sind von gleicher Länge (Rollbreite);
- c) zwischen Nabe und Laufmantel besteht kein Stoffschluss;
- d) der Kunststoff des Laufmantels verhält sich linear viskoelastisch, d.h. die zeitabhängige Werkstoffsteifigkeit, beschrieben durch den Kriechmodul, ist keine Funktion der Last, und damit gilt das Boltzmannsche Zeit-Verformungs-Superpositions-Prinzip [1];
- e) allfällige Vorspannungen des Laufmantels durch Aufpressen bzw. Umspritzen lassen sich linear überlagern;
- f) die Nabe besteht aus einem Werkstoff vergleichsweise hoher Steifigkeit, so dass ihre Verformung vernachlässigt werden kann;
- g) die Belastung besteht aus einer statischen oder quasistatischen Radiallast im Zentrum der Nabe;
- h) die Rolle wirkt als reine Laufrolle, d.h. es wirken keine Tangentialkräfte in der Berührungsfläche;
- i) die Unterlage ist eben und wird als linear elastischer bzw. linear viskoelastischer Halbraum betrachtet;
- k) die Rollachse ist parallel zur Unterlage ausgerichtet, d.h. Verkanten wird ausgeschlossen.

Analytische Überlegungen

Rollen mit dachartigem Profil berühren ihre Unterlage theoretisch, d.h. ohne Verformung der Kontaktkörper,

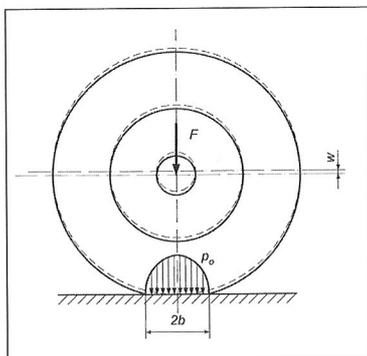


Abb. 2: Größen der Kontaktmechanik: b : Halbe Kontaktflächenbreite in Umfangsrichtung [mm]; p_0 : Maximaler Kontaktdruck [N/mm²]; w : Abplattung [mm].

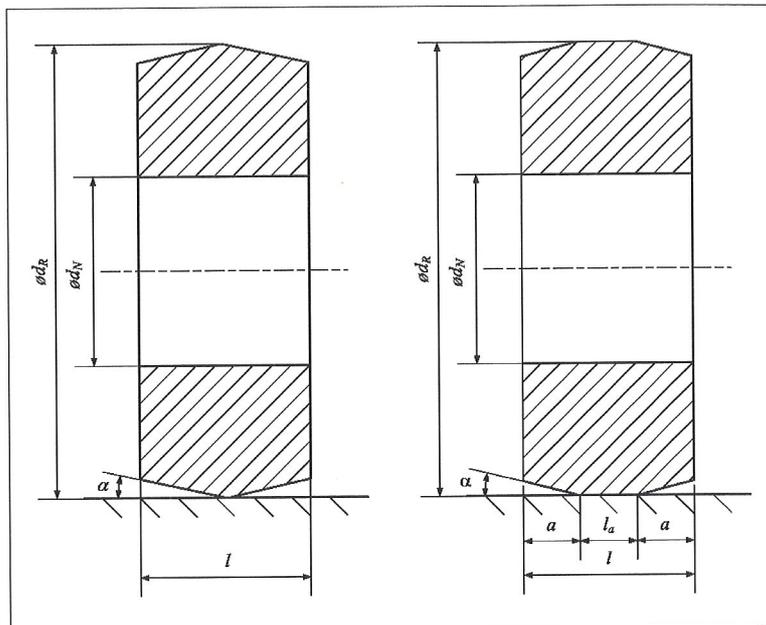


Abb. 3: Geometrie der untersuchten Laufmantelrollen mit dachartigem Profil: d_R : Rollendurchmesser [mm]; d_N : Nabendurchmesser [mm]; l_a : Zylindrische Auflagelänge [mm]; l : Rollenbreite (Zylinderlänge) [mm]; a : Kegellänge [mm]; α : Kegelwinkel (Anzug) [° bzw. rad].

lediglich in einem Punkt. Obwohl also theoretische Punktberührung vorliegt, lässt sich die Hertz'sche Theorie nicht direkt anwenden, da diese in der Kontaktzone stetige Krümmungen voraussetzt. Gleichwohl schien es nahe liegend, der Untersuchung einen Ansatz zugrunde zu legen, der auf der Hertz'schen Theorie aufbaut. Die spezifischen geometrischen Gegebenheiten der dachartigen Profilierung, die mehr oder weniger rautenförmige Kontaktflächen erwarten lässt (Abb. 4), sind dabei durch dimensionslose Funktionen zu erfassen, die in der Untersuchung durch Parametervariation rechnerisch-numerisch und experimentell zu bestimmen sind.

Zu diesem Zweck sind die Hertz'schen Formeln für theoretische Punktberührung so umzuformen, dass die darin enthaltenen Wurzelausdrücke dimensionslos werden, und durch geeignete Funktionen wie oben erwähnt zu ergänzen. Die dimensionslose Form der Wurzelausdrücke ermöglicht es, nebst den Funktionen auch die Exponenten auf die ermittelten Gesetzmässigkeiten abzustimmen. So entstehen zur Entwicklung der Formeln folgende Ansätze:

Maximaler Kontaktdruck:

$$P_{\max} = p_0 = f_p \cdot \frac{F}{R_1^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[n_p]{\frac{E_V^2 \cdot R_1^4}{F^2}}} \quad (1)$$

Abplattung:

$$w = f_w \cdot R_1 \cdot \frac{1}{\sqrt[n_w]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_1^4}}} \quad (2)$$

Kontaktfläche:

$$A = f_A \cdot d_R^2 \cdot \frac{1}{\sqrt[n_A]{\frac{F}{E_V \cdot d_R^2}}} \quad (3)$$

Darin bedeuten f_p , f_w und f_A sowie n_p , n_w und n_A die erwähnten Funktionen bzw. Exponenten und, nebst den üblichen Bezeichnungen (Abb. 2 und 3),

$$E_V = 2 \cdot \frac{E_C \cdot E_L}{E_C + E_L} \quad (4)$$

den Vergleichs-Elastizitätsmodul für den Kontakt zwischen Kunststoff-Laufmantel (E_C : Kriechmodul in Abhängigkeit der statischen Belastungsdauer) und Laufbahn bzw. Unterlage (E_L : Elastizitätsmodul).

Die Ansätze (1) bis (3) gelten in dieser Form für Laufmantelrollen ohne zylindrischen Mittelbereich. Für die Erfassung eines zylindrischen Mittelbereichs der Länge l_a ist zu beachten, dass es sich dabei um ein Kontaktproblem mit theoretischer Punktberührung handelt.

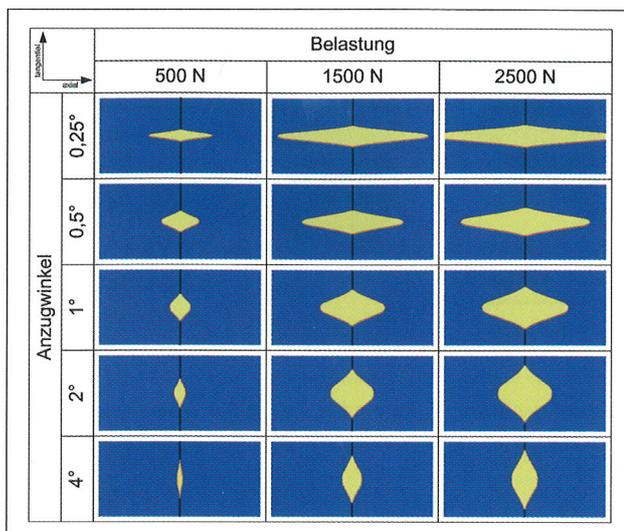


Abb. 4: Kontaktflächen von dachartig profilierten Rollen in Abhängigkeit von Kegelwinkel und Belastung, mit FEM ermittelt [7].

tischer Linienberührung handelt, und dass hierfür entsprechend angepasste, hier nicht wiedergegebene Ausgangsformeln gelten.

Untersuchungen

Die umfangreichen Parametervariationen wurden mittels FEM-Rechnungen durchgespielt. Deren Verlässlichkeit war anhand ausgewählter Geometrien experimentell zu bestätigen.

Die Versuche beschränkten sich auf die Messung der Abplattung auf der Prüfeinrichtung, die an der HSR für solche Problemstellungen entwickelt worden war [9]. Untersucht wurden zum einen eigens hierfür hergestellte Versuchsrollen aus POM C natur Tecaform (Kundert AG, Jona) mit einem Rollendurchmesser $d_R = 100$ mm und abgestuften Nabdurchmessern $d_N = 40, 60, 80$ mm. Der Anzug α (Kegelwinkel) variierte zwischen $0,25$ und 4° . Der in der Auswertung erforderliche Kriechmodul wurde bereits früher mit $E_C = 3000$ N/mm² bestimmt. Für weitere Untersuchungen wurden PUR-Laufmántel von im Handel erhältlichen PUR-Rollen (FTA Fahrzeugtechnik AG, Unterentfelden) vom Aussendurchmesser $d_R = 55$ bzw. 75 mm mit Anzug $\alpha = 1$ bzw. 2° verwendet. Deren Elastizitätsmodul von $E_C = 280$ N/mm² wurde im Druckversuch unter denselben Bedingungen wie bei der Abplattung gemessen.

Ergebnisse

Angesichts der guten Übereinstimmung zwischen den gemessenen und mittels FEM berechneten Abplattungswerten (Abb. 5) dürfen die Ergebnisse insgesamt als verlässlich betrachtet werden. Die daraus ermittelten Berechnungsformeln gelten, soweit nichts anderes vermerkt ist, mit akzeptabler Genauigkeit in den folgenden Bereichen: $30 \text{ mm} \leq d_R \leq 150 \text{ mm}$; $0,4 \leq d_N/d_R \leq 0,8$; $0,15 \leq l/d_R \leq 0,35$; $0,25^\circ \leq \alpha \leq 2,0^\circ$; $100 \text{ N/mm}^2 \leq E_C \leq 5000 \text{ N/mm}^2$. Da sich die Formeln bewusst auf die Zusammenhänge zwischen den wesentlichen Einflussgrößen beschränken, liegt es in der Natur der Sache, dass im Einzelfall gewisse Abweichungen auftreten können.

Bei der Auswertung bestätigte sich, dass für die beiden Varianten von Rollen (Abb. 3) wegen der unterschiedlichen Kontaktverhältnisse keine gemeinsam gültigen Formeln zu erarbeiten waren. Gemeinsam gültig ist jedoch die Feststellung, dass in den Resultaten beider Varianten das Durchmesserverhältnis d_N/d_R eine derart untergeordnete Rolle spielt, dass sein Einfluss vernachlässigt werden kann. Dasselbe gilt für den Einfluss der Poissonzahl, die in allen FEM-Rechnungen mit $\mu = 0,3$ eingesetzt wurde. Weiter ergab sich, dass Voraussetzung b) nicht vollständig erfüllt zu sein braucht, d.h. dass ein geringer Überstand des

Laufmántels sich praktisch nicht auf die Resultate auswirkt.

Dachartig profilierter Laufmántel

Die ermittelten Größen sind erwartungsgemäss stark vom Kegelwinkel abhängig. Die Auswertung der Ergebnisse anhand der Ansätze (1) bis (3) führt zu den Gleichungen (5) bis (7), in denen der Kegelwinkel α im Bogenmass [rad] einzusetzen ist. Sie beschreiben die dargestellten Gesetzmässigkeiten für die Praxis zufriedenstellend. Die grösste durchschnittliche Abweichung weist mit $8,2\%$ die Abplattungsformel (6) auf. Höhere Genauigkeitsansprüche könnten nur mit entsprechend komplizierteren Ausdrücken erzielt werden [6].

Maximaler Kontaktdruck:

$$p_{\max} = p_0 \approx (0,2 + 25 \cdot \alpha) \cdot \sqrt[3]{\frac{F \cdot E_V^2}{R_1^2}} \quad (5)$$

Abplattung:

$$w \approx (0,28 + 9 \cdot \alpha) \cdot R_1 \cdot \sqrt[3]{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_1^4}} \quad (6)$$

Kontaktfläche: nahezu rautenförmig (Abb. 6a).

$$A \approx (27,5 - 215 \cdot \alpha) \cdot R_1^2 \cdot \sqrt[1]{\frac{F}{0,85 + \alpha} \cdot E_V \cdot R_1^2}} \quad (7)$$

Laufmántel mit zylindrischem Mittelbereich

Das Verhalten dieser Rollenvariante unterscheidet sich markant von demjenigen zylindrischer Rollen mit Anfasung [2]. D.h. die kegelförmigen Aussenpartien können nicht mit einer Anfasung gleichgesetzt werden, wo der Winkel α deutlich grösser und die Länge a ebenso deutlich kleiner sind. Die aus den Ergebnissen abgeleiteten Formeln liefern bis zu $\alpha \approx 4^\circ$ gute Resultate, und zwar mit der grössten durchschnittlichen Abweichung von $5,5\%$ bei den Kontaktflächenabmessungen (10) und (11).

Maximaler Kontaktdruck:

$$p_{\max} = p_0 \approx (0,067 + 1,1 \cdot \alpha) \cdot \frac{F}{l_a \cdot R_1} \sqrt[4]{\frac{E_V \cdot l_a \cdot R_1}{F}} \quad (8)$$

Abplattung: vernachlässigbar kleiner Einfluss des Kegelwinkels

$$w \approx \left(3,5 - 6,25 \cdot \frac{l_a}{R_1} \right) \cdot R_1 \cdot 2,5 \sqrt{\frac{F^2}{E_V^2 \cdot R_1^4}} \quad (9)$$

Kontaktfläche: rechteckähnlich mit gekrümmten Seiten (Abb. 6b)

$$b \approx 2,5 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot R_1}{E_V \cdot l_a}} \quad (10)$$

$$s \approx l_a + \frac{0,085}{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{F \cdot R_1}{E_V \cdot l_a}} \quad (11)$$

Spannungen

In der Kontaktzone des Laufmantels überlagern sich auch bei Rollen mit dachartigem Profil im Wesentlichen die Spannungskomponenten des Kontaktproblems und der Vorspannung durch Aufpressen bzw. Umspritzen. Die Spannungen infolge Lochleibung an der Nabe sind im Kontaktbereich weitgehend abgeklungen. Die maximale Vergleichsspannung nach der Schubspannungshypothese tritt am Übergang der Kontaktfläche zur Stirnfläche des Laufmantels auf und kann somit gut anhand der Beziehung abgeschätzt werden. Darin sind p_{max}

$$\sigma_v \approx \max \left[p_{max}; p_s \cdot \frac{2 \cdot \left(\frac{d_N}{d_R} \right)^2}{1 - \left(\frac{d_N}{d_R} \right)^2} - p_{max}; p_s \cdot \frac{2 \cdot \left(\frac{d_N}{d_R} \right)^2}{1 - \left(\frac{d_N}{d_R} \right)^2} \right] \quad (12)$$

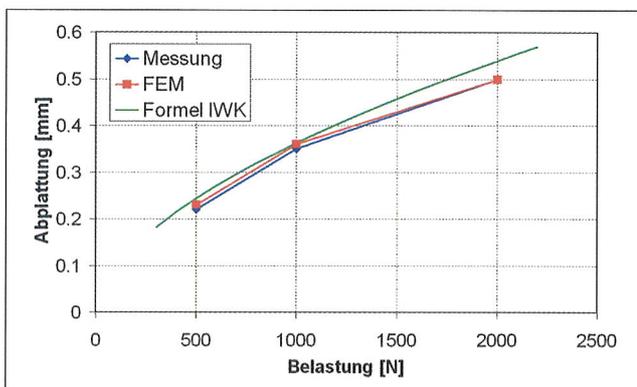


Abb. 5: Abplattung: Gegenüberstellung von Resultaten aus Messung, FEM-Analyse und Formel für eine Rolle mit PUR-Laufmantel [8]: ($E_C = 280 \text{ N/mm}^2$, $d_R = 75 \text{ mm}$, $l = 25 \text{ mm}$, $\alpha = 1^\circ$).

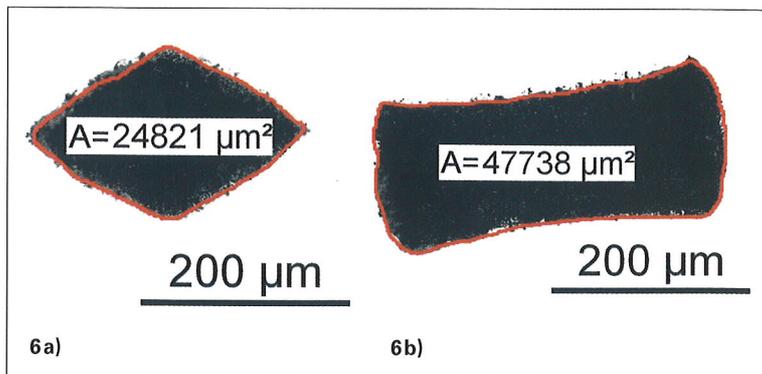


Abb. 6: Kontaktflächen der beiden Rollenprofile: Kohlepapierabdruck, digital-optisch ausgewertet [6]: a) dachartig profilierte Rolle; b) Rolle mit zylindrischem Mittelbereich.

der maximale Kontaktdruck nach (5) bzw. (8) und p_s der relaxierende Druck zwischen Nabe und Laufmantel aufgrund des Aufpressens bzw. Umspritzens. Letzterer hängt mit der zu überwindenden Durchmesserdifférenz Δd_s beim Aufpressen bzw. dem verhinderten Schwindungsmass beim Umspritzen unter Beachtung von Voraussetzung f) zusammen gemäss Darin sind E_C der zeitabhängig ab-

$$\Delta d_s \approx d_N \cdot \frac{p_s}{E_C} \cdot \left[\frac{1 + \left(\frac{d_N}{d_R} \right)^2}{1 - \left(\frac{d_N}{d_R} \right)^2} + \mu \right] \quad (13)$$

nehmende Kriechmodul und μ die Poissonzahl (Querkontraktionszahl) des Laufmantelwerkstoffs.

Diskussion

Ein dachartiges Profil ist bei Kunststoff-Laufrollen üblicherweise bedingt durch die Herstellung im Spritzgiessverfahren. Je geringer der Anzug gehalten wird, umso günstiger sind die Kontaktverhältnisse, indem sich grössere Kontaktflächen und geringere Kontaktdrücke ergeben. Rollen mit nicht allzu breitem zylindrischem Mittelbereich stellen einen Kompromiss zwischen den Anforderungen von Funktion, Mechanik und Fertigung dar. Die für beide Varianten erarbeiteten Berechnungsformeln enthalten die wesentlichen Einflussgrössen und beschreiben in deren technisch relevanten Gültigkeitsbe-

reichen die wirklichen kontaktmechanischen Zusammenhänge mit zufriedenstellender Genauigkeit. Damit können sie der Konstruktionspraxis bei der Auslegung von dachartig profilierten Rollen dienlich sein. Die Formeln sind durchaus auch auf Fabrikate anwendbar, die beidseits der Mittelebene nebst einem gewissen Anzug noch eine Balligkeit aufweisen.

Literatur:

[1] Kunz J.: Laufrollen. In: Kunz, J., Michaeli, W., Herrlich, N., Land, W. (Hrsg.): Kunststoffpraxis: Konstruktion, WEKA Media GmbH Kissing, Aktualisierungsstand November 2006
 [2] Kunz, J.: Kontaktmechanik zylindrischer Kunststoff-Laufmantelrollen. Kunststoffe-Synthetics 52(2005)6, S. 19–22
 [3] Kunz, J., Studer, M.: Zylindrische Laufmantelrolle mit partieller Abstützung. Kunststoffe-Synthetics 53(2006)1, S. 18–21
 [4] Grothe, K.-H., Feldhusen, J. (Hrsg.): Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Springer Verlag Berlin, 21. Aufl., 2005
 [5] Czichos, H., Hennecke, M. (Hrsg.): Hütte – Das Ingenieurwissen. Springer Verlag Berlin, 32. Aufl., 2004
 [6] Holzinger, M.: Kontaktverhalten von Kunststoff-Laufrollen mit dachartigem Profil. Diplomarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2005
 [7] Hodel, B.: Untersuchung des Kontaktverhaltens von Kunststoff-Laufrollen mit dachartigem Profil. Diplomarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2004
 [8] Kunz, J., Holzinger, M.: Forschungsprojekt Auslegung von Kunststoff-Laufrollen. Diverse interne, unveröffentlichte Dokumente. HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2004–2006
 [9] Kunz, J., De Maria, E.: Die Abplattung im Kontaktproblem paralleler Zylinder. Forschung im Ingenieurwesen 67(2002)4, S. 146–156