

Konstruktionselemente aus Kunststoff

Kontaktmechanik zylindrischer Kunststoff-Laufmantelrollen

Für die Berechnung von statisch belasteten oder langsam bewegten Laufrollen mit zylindrischem Kunststoffmantel werden verlässliche Formeln und deren Gültigkeitsbereiche angegeben, die teilweise neu entwickelt worden sind. Mit ihnen können Kontaktdruck zwischen Rolle und Unterlage, Kontaktfläche, Rollenabplattung und Vergleichsspannung in realistischen Größen beschrieben werden.

Laufrollen sind wichtige Elemente der Fördertechnik (Abb. 1). Häufig weisen sie einen Laufmantel aus Kunststoff auf, um so bei wirtschaftlicher Fertigung einen geringen Schallpegel, eine hohe mechanische Dämpfung, ein gutes Federverhalten und eine hohe Verschleissfestigkeit zu erzielen. Diese so genannten Laufmantelrollen bestehen im Wesentlichen aus einer Nabe und einem Laufmantel. Die Nabe, auch etwa als Rollenkörper bezeichnet, kann massiv oder in Form eines Wälzagers vorliegen. Der Laufmantel, gelegentlich auch Bandage genannt, kann aufgepresst oder umspritzt sein und je nach Funktion und Geometrie der Gegenfläche (Laufbahn, Unterlage) ein zylindrisches, konvexes oder konkaves Profil aufweisen [1].

Gegenstand der folgenden Betrachtungen sind Rollen mit einer Nabe hoher Steifigkeit und einem zylindrischen Kunststoff-Laufmantel auf einer ebenen Unterlage (Abb. 2). Wie in der Realität üblich, soll der Übergang zwischen Lauffläche und Stirnfläche des Laufmantels nicht scharfkantig gestaltet sein, sondern mit einer Fase oder einem Radius. Die Belastung besteht aus einer statischen oder quasistatischen Radiallast im Zentrum der Nabe. Dieser Fall ist für die Berechnung der statischen Tragfähigkeit, des Verformungsverhaltens im Stillstand und der Federwirkung bei langsamer Bewegung von Bedeutung, aber auch für die Beurteilung des Anfahrwiderstands.

Stand der Technik

Die Kontaktmechanik zylindrischer Rollen baut auf die Hertz'sche Theorie der Kontaktprobleme und ihre Anwendung auf die Zylindergeometrie mit theoretischer Linienberührung auf. Weil daraus die radiale Verformung (Abplattung) nicht analytisch abgeleitet werden kann, sind im Laufe der Zeit hierfür verschiedene Näherungslösungen entwickelt worden. Wie sich gezeigt hat, sind diese jedoch in Aussage, Ergebnis und Gültigkeit teilweise recht problematisch [2]. Zudem lassen sie sich nicht direkt auf Laufmantelrollen der hier betrachteten Art übertragen, da bei diesen ja praktisch nur der Laufmantel an der Verformung teilnimmt. Damit sind der Kontaktdruck, die Kontaktflächengröße und die Abplattung (Abb. 3) mehr oder weniger stark von den Abmessungsverhältnissen abhängig, was die Zusammenhänge kompliziert.

Für zylindrische Kunststoff-Laufrollen wurden in bisher bekannten Publikationen verschiedene kontaktmechanische Berechnungsformeln vorgestellt. Sie vermögen aus heutiger Sicht nicht ganz zu befriedigen, da sie entweder zu stark vereinfachen bzw. verallgemeinern, die zumeist vorhandene Anfasung bzw. Abrundung nicht berücksichtigen, die Verformungen unzureichend beschreiben oder umständlich in der Anwendung sind [3, 4, 5]. Dennoch werden sie nach wie vor selbst in aktuellen Fachbüchern [6, 7] angeführt.

Gezielte Untersuchungen

Mit dem Ziel, der Konstruktionspraxis eine verlässliche Grundlage für

Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz, Professor für Technische Mechanik und Kunststoffkonstruktion an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Dozent für Berechnen und Gestalten von Kunststoffteilen im NDS Kunststofftechnik an der FH Aargau.



Foto: Feigle Kunststoffteile GmbH, A-6871 Herd

Abb. 1: Zylindrische Laufmantelrollen.

die Auslegung von Laufrollen mit zylindrischem Kunststoffmantel angeben zu können, wurde untersucht, inwieweit die aus der Literatur bekannten Formeln der Kontaktmechanik paralleler Zylinder [8, 9] beigezogen werden können. Diese und allenfalls neu zu entwickelnde Berechnungsformeln sollten:

- den Aufbau der Laufmantelrollen mit ihren wesentlichen werkstofflichen und geometrischen Parametern möglichst realistisch erfassen;
- durch experimentelle Ergebnisse abgestützt sein;
- in der Praxis einfach angewendet werden können.

Im Vordergrund des Interesses standen der maximale Kontaktdruck zwischen Rolle und Unterlage, die Grösse der entstehenden Kontaktfläche und die Rollenabplattung, also die Verschiebung des Rollenzentrums in Richtung Unterlage. Die Bearbeitung der Problemstellung erfolgte mit theoretisch-analytischen, experimentellen und rechnerisch-numerischen Untersuchungen [10–17] mit Einbezug der Finite Elemente Methode (FEM, Abb. 4).

Die Überlegungen basieren auf einer Reihe von Voraussetzungen und Idealisierungen:

- a) der Laufmantel ist von zylindrischer Form, gegebenenfalls mit Anfasung bzw. Rundungsradius zu den Stirnflächen (Abb. 2);

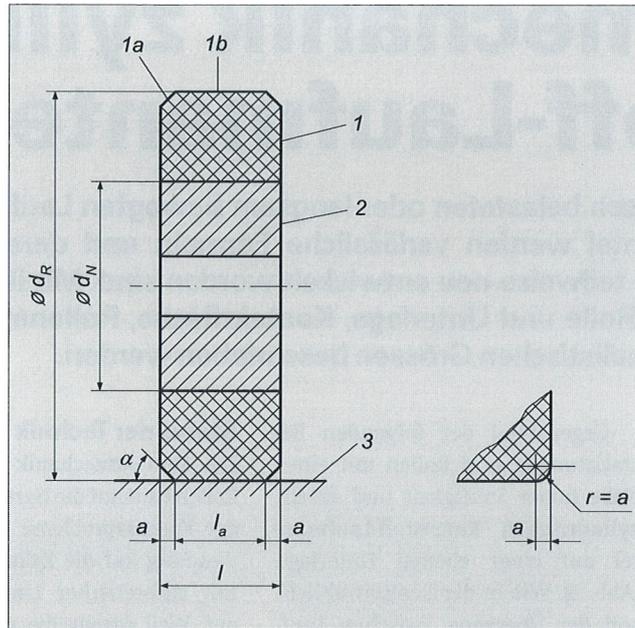
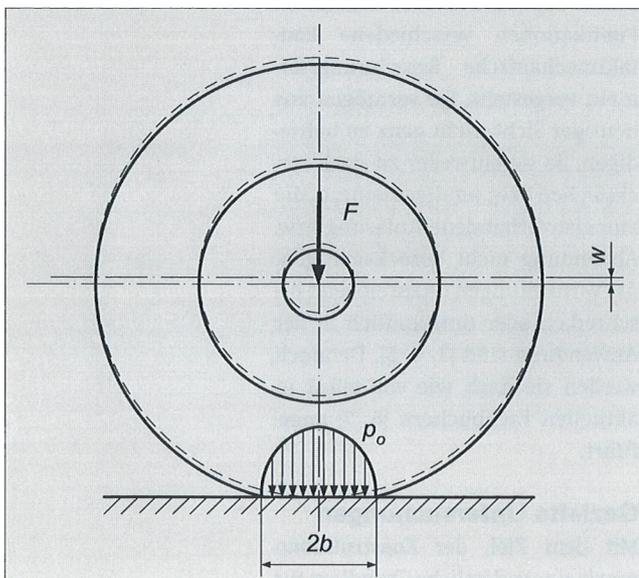


Abb. 2: Geometrie der untersuchten Laufmantelrollen: 1) Laufmantel; 1a) Lauffläche [zylindrisch]; 1b) Anfasung bzw. Abrundung; 2) Nabe; 3) Unterlage [Laufbahn]; d_R) Rollendurchmesser [mm]; d_N) Nabendurchmesser [mm]; l_a) Auflagelänge (Laufflächenbreite) [mm]; l) Rollenbreite (Zylinderlänge) [mm]; r) Rundungsradius [mm]; a) Fasenlänge [mm]; α) Fasenwinkel [°].

Abb. 3: Grössen der Kontaktmechanik: b) Halbe Kontaktflächenbreite [mm]; p_o) Maximaler Kontaktdruck [mm]; w) Abplattung [mm].



- b) Laufmantel und Nabe sind von gleicher Zylinderlänge (Rollenbreite);
- c) der Kunststoff des Laufmantels verhält sich linear viskoelastisch, d.h. die zeitabhängige Werkstoffsteifigkeit, beschrieben durch den Kriechmodul, ist keine Funktion der Last, und es kann das Boltzmannsche Zeit-Verformungs-Superpositionsprinzip [1] angewendet werden;
- d) zwischen Nabe und Laufmantel besteht kein Stoffschluss;
- e) allfällige Vorspannungen durch Aufpressen bzw. Umspritzen lassen sich linear überlagern;
- f) die Nabe besteht aus einem Werkstoff vergleichsweise hoher Steifigkeit, so dass ihre Verformung vernachlässigt werden kann;
- g) die Krafteinleitung in die Nabe erfolgt in deren Zentrum;
- h) die Rolle wirkt als reine Laufrolle, d.h. es wirken kaum Tangentialkräfte in der Berührungsfläche;
- i) die Unterlage ist eben und wird als linear elastischer bzw. linear viskoelastischer Halbraum betrachtet;
- k) die Rollenachse ist parallel zur Unterlage ausgerichtet, d.h. Verkanten wird ausgeschlossen.

Die experimentelle Bestimmung der Abplattung wurde auf der an der HSR entwickelten Prüfeinrichtung vorgenommen [2]. Untersucht wurden einerseits eigens hierfür hergestellte Versuchsrollen aus POM mit einem Rollendurchmesser $d_R = 100$ mm sowie abgestuften Nabendurchmessern d_N und Fasenlängen a , andererseits auch im Handel erhältliche Rollen mit zylindrischem Kunststofflaufmantel. Die für die Auswertung erforderlichen Kriechmoduln wurden nach demselben Messprinzip ermittelt.

Ergebnisse

Zusammenfassend kann berichtet werden, dass für den maximalen Kontaktdruck und die Kontaktflächenbreite der Laufmantelrolle unter den Voraussetzungen a) bis k) die bekannten Formeln (1, 3) der Kontaktmechanik paralleler Zylinder [8, 9] angewendet werden können, wogegen für die Abplattung eine neue Formel (4) zu entwickeln war. Diese Beziehungen liefern in weiten Grenzen des Durchmesserverhältnisses $0,2 \leq d_N/d_R \leq 0,8$ und des Verhältnisses Fasenlänge bzw. Rundungsradius zu Auflagelänge $0 \leq a/l_a \leq 0,2$ gute Resultate. Dabei macht es praktisch keinen Unterschied, ob der Übergang von zylindrischer Lauffläche und Stirnfläche mit einer Fase der Länge a oder einem Radius $r = a$ ausgeführt wird (Abb. 2). Weiter hat sich gezeigt, dass die Grösse des Fasenwinkels im Bereich $15^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$ unerheblich ist. Bemerkenswert ist auch die Erkenntnis, dass die Auswirkung unterschiedlichen Querkontraktionsverhaltens der Werkstoffe auf die Resultate in vernachlässigbarer Höhe bleibt.

Kontaktfläche

Bei zylindrischen Rollen auf ebener Unterlage stellt sich unter Belastung eine rechteckige Kontaktfläche ein. Deren halbe Breite (Abb. 3) lässt sich mit der Beziehung

$$b = 1,08 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot d_R}{E_v \cdot l_a}} \quad (1)$$

innerhalb der angegebenen weiten Grenzen der Verhältnisse d_N/d_R und a/l_a mit guter Genauigkeit bestimmen. Darin bedeutet

$$E_V = 2 \cdot \frac{E_C \cdot E_L}{E_C + E_L} \quad (2)$$

den Vergleichs-Elastizitätsmodul für den Kontakt zwischen Kunststoff-Laufmantel (Kriechmodul E_C in Abhängigkeit der statischen Belastungsdauer) und Laufbahn bzw. Unterlage (Elastizitätsmodul E_L).

Die Abweichungen zwischen den mit (1) berechneten Resultaten und jenen aus FEM-Analysen bewegen sich im Bereich von etwa $\pm 10\%$, wobei sich hierin auch die Diskretisierung durch das FE-Netz auswirken dürfte. Gegen die Anfassung bzw. Abrundung hin weicht die Form der Kontaktfläche vom Rechteck ab; die Breite kann dort bis zu 15% grösser sein.

Kontaktdruck

Der maximale Kontaktdruck, berechnet mit

$$p_0 = 0,590 \cdot \sqrt{\frac{F \cdot E_V}{l_a \cdot d_R}} \quad (3)$$

ist in den genannten Grenzen in ebenfalls guter Übereinstimmung mit FEM- und experimentellen Resultaten.

Abplattung

Die Abplattung, d.h. die radiale Verschiebung des Nabenzentrums, ist proportional zur Abplattung w_0 des vollen Zylinders, wie sie durch (5) beschrieben wird, also bei gegebener Kraft pro Einheit der Auflagelänge l_a praktisch von der Zylinderlänge unabhängig. Die Untersuchungen haben

Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts «Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen». Für dessen Förderung dankt der Verfasser der Gebert RUF Stiftung, Basel, und dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.

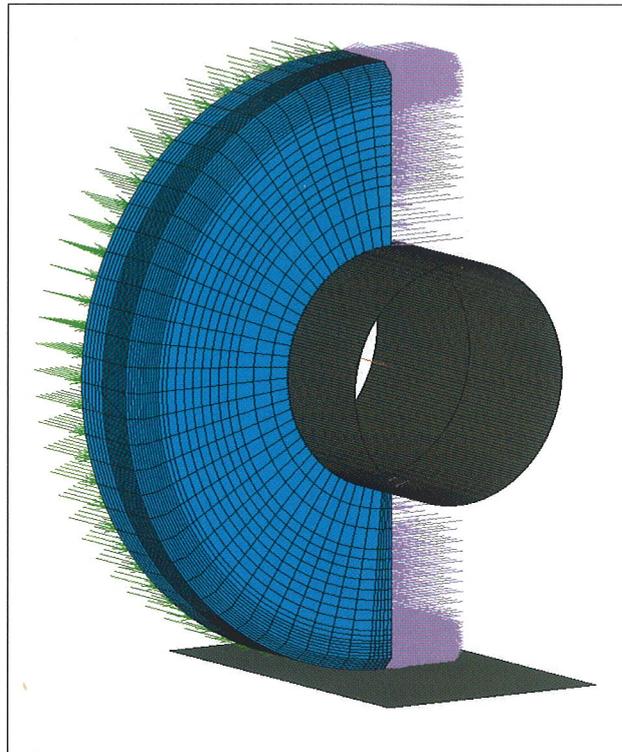


Abb. 4: FEM-Modell einer zylindrischen Laufmantelrolle mit Anfassung. Aus Symmetriegründen wurde nur eine Rollenhälfte mit halber Breite modelliert.

weiter gezeigt, dass die Einflüsse von Nabendurchmesser d_N und Fasenlänge a in praktikabler Näherung mit linearen Funktionen der Verhältnisse d_N/d_R und a/l_a beschrieben werden können (Abb. 5 und 6) gemäss

$$w \approx w_0 \cdot \left(1,2 - 0,65 \cdot \frac{d_N}{d_R}\right) \cdot \left(1 - 0,95 \cdot \frac{a}{l_a}\right) \quad (4)$$

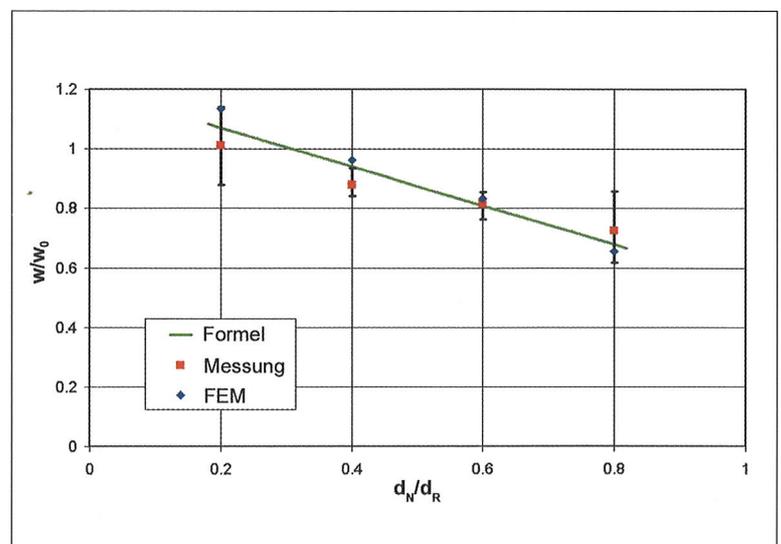


Abb. 5: Abplattungsverhältnis w/w_0 in Funktion von d_N/d_R : Gegenüberstellung von Resultaten aus Messung, FEM-Analyse und Formel ($a/l_a = 0$).

mit

$$w_0 \approx 5,7 \cdot \frac{F}{E_V \cdot l_a} \quad (5)$$

als Abplattung des vollen, homogenen Zylinders [2].

Die mit der FEM gewonnenen Resultate weisen darauf hin, dass die Abplattung in einem gewissen Mass auch vom Verhältnis der Lasthöhe zur Steifigkeit abhängt (Abb. 7), was in (4) allerdings im Interesse einer einfachen Berechnungsformel vernachlässigt worden ist. Dies rechtfertigt sich angesichts einer relativen Standardabweichung von 5,3% zwischen den mit (4) berechneten Resultaten einerseits und jenen aus Messungen und FEM-Analysen andererseits.

Spannungen

Der Spannungszustand in der Kontaktzone des Laufmantels setzt sich im Wesentlichen aus den Spannungskomponenten des Kontaktproblems und der Vorspannung durch Aufpressen bzw. Umspritzen zusammen. Die Spannungen infolge Lochleibung an der Nabe sind im Bereich der Kontaktfläche weitgehend abgeklungen. Die maximale Vergleichsspannung, bestimmt auf Basis der Schubspannungshypothese, tritt am Übergang der Kontaktfläche zur Stirnfläche des Zylinders auf und kann somit anhand der Beziehung

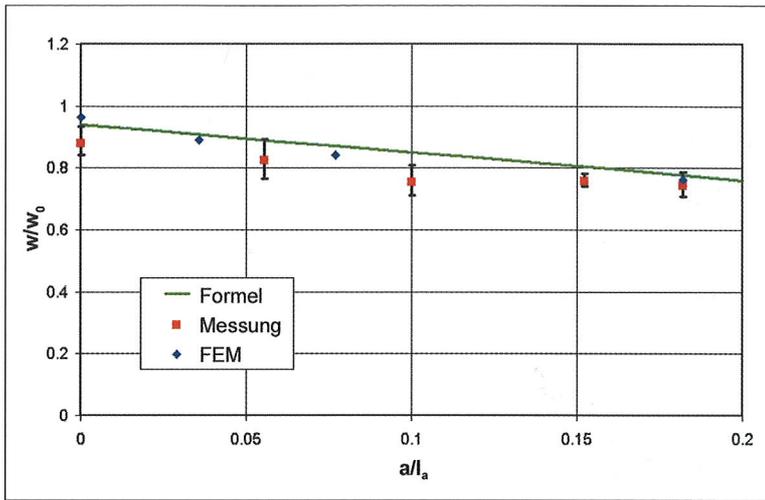


Abb. 6: Abplattungsverhältnis w/w_0 in Funktion von a/l_a : Gegenüberstellung von Resultaten aus Messung, FEM-Analyse und Formel ($d_N/d_R = 0,4$).

$$\sigma_v \approx \max \left[p_0; p_s \cdot \frac{2 \cdot \left(\frac{d_N}{d_R}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_N}{d_R}\right)^2} - p_0; p_s \cdot \frac{2 \cdot \left(\frac{d_N}{d_R}\right)^2}{1 + \left(\frac{d_N}{d_R}\right)^2} \right] \quad (6)$$

bestimmt werden. Darin sind p_0 der maximale Kontaktdruck nach (3) und p_s der relaxierende Druck zwischen Nabe und Laufmantel aufgrund des Aufpressens bzw. Umspritzen. Letzterer hängt mit der zu überwindenden Durchmesserdifférenz Δd_s beim Aufpressen bzw. dem verhinderten Schwindungsmass beim Umspritzen unter Beachtung von Voraussetzung f) zusammen gemäss

$$\Delta d_s \approx d_N \cdot \frac{p_s}{E_C} \cdot \left[\frac{1 + \left(\frac{d_N}{d_R}\right)^2}{1 - \left(\frac{d_N}{d_R}\right)^2} + \mu \right] \quad (7)$$

Darin sind E_C der zeitabhängig abnehmende Kriechmodul und μ die Poissonzahl (Querkontraktionszahl) des Laufmantelwerkstoffs.

Schlussbemerkung

Vorstehende Formeln beschreiben die komplexen kontaktmechanischen Zusammenhänge in relativ starker Vereinfachung, aber innerhalb der angegebenen Grenzen mit ausreichender Genauigkeit. Ihre Gültigkeit beschränkt sich auf die hier getroffenen Voraussetzungen und Idealisierungen. Ist aber der Laufmantel z.B. nur partiell auf der Nabe abgestützt oder weicht er in seiner Form vom Zylinder ab, wie dies bereits bei einer üblichen Entformungsschräge beidseits der Werkzeugtrennung in Rollenmitte der Fall ist, so ergeben sich Abweichungen, deren Einflüsse einer gesonderten Betrachtung bedürfen.

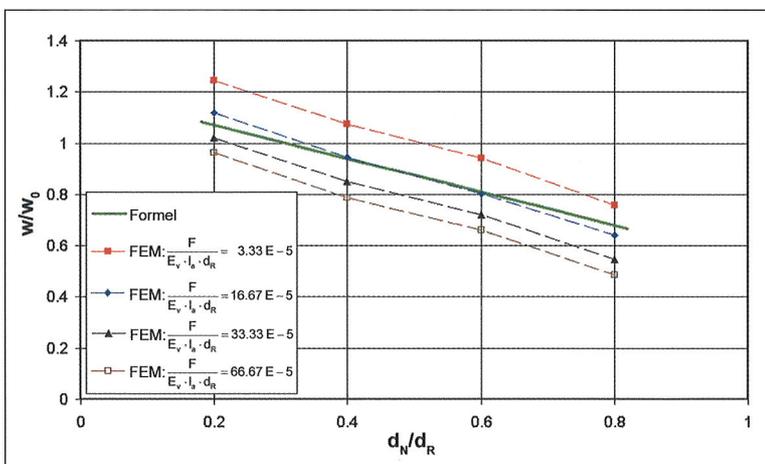


Abb. 7: Abplattungsverhältnis w/w_0 in Funktion von d_N/d_R (für $a/l_a = 0$): Einfluss des Verhältnisses von Lasthöhe zu Steifigkeit $F/(E_v \cdot l_a \cdot d_R)$ aus FEM-Analysen.

Literatur:

[1] Kunz J.: Lauffrollen. In: Kunz, J., Michaeli, W., Herrlich, N., Land, W. (Hrsg.): Kunststoffpraxis: Konstruktion, Aktualisierungsstand April 2005
 [2] Kunz, J., De Maria, E.: Die Abplattung im Kontaktproblem paralleler Zylinder. Forschung im Ingenieurwesen 67(2002)4, S. 146–156
 [3] Schmidt, H.: Rollen aus Hostaform. Verformungsverhalten und Versagenskriterien. Konstruktion 25(1973)6, S. 211–219
 [4] Kunze, G.: Rollpaarung Plast – Stahl: Empfehlung zur Dimensionierung. Plaste und Kautschuk 25(1978)9, S. 527–532
 [5] Severin, D., Kühlken, B.: Tragfähigkeit von Kunststoffrollen unter Berücksichtigung der Eigenerwärmung. Teil 2. Konstruktion 43(1991)4, S. 153–160
 [6] Ehrenstein, G. W.: Mit Kunststoffen konstruieren. Eine Einführung. Carl Hanser Verlag München, 1995
 [7] Erhard, G.: Konstruieren mit Kunststoffen. Carl Hanser Verlag München, 3. Aufl., 2004
 [8] Grothe, K.-H., Feldhusen, J. (Hrsg.): Dubbel – Taschenbuch für den Maschinenbau. Springer Verlag Berlin, 21. Aufl., 2005
 [9] Czichos, H., Hennecke, M. (Hrsg.): Hütte – Das Ingenieurwissen. Springer Verlag Berlin, 32. Aufl., 2004
 [10] Barraud, M.: Untersuchungen zur Abplattung von zylindrischen Rollen mit eingepressten Metallnaben. Studienarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2001
 [11] Maucher, S.: Untersuchungen zur Abplattung von zylindrischen Rollen mit gerundeten oder angefasten Übergängen. Studienarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2001
 [12] Zurkirchen, M.: Abplattung angefasten zylindrischer Kunststoffrollen mit eingepressten Metallnaben. Diplomarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2002
 [13] Seiler, L.: Beanspruchung von Rollen mit aufgepresstem Kunststoff-Laufmantel. Studienarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2003
 [14] Stirnemann, L.: Anwendbarkeit der Hertzschen Theorie auf Rollen mit Kunststoff-Laufmantel. Studienarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2003
 [15] Stieger, W.: Auslegung von Kunststoff-Laufrollen unter statischer Belastung. Studienarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2004
 [16] Wild, T.: Beanspruchung von Rollen mit aufgespritztem zylindrischem Kunststoff-Laufmantel. Studienarbeit HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2005
 [17] Kunz, J., Frigeri, P., Furrer, F., Studer, M.: Forschungsprojekt Auslegung von Kunststoff-Laufrollen. Diverse interne, unveröffentlichte Dokumente. HSR Hochschule für Technik Rapperswil, 2001–2005