

Füge- und Verbindungstechnik für Kunststoffkonstruktionen

# Realitätsnahe Berechnung von Kugel-Schnappverbindungen

Mit neu entwickelten Formeln kann die Fügekraft einer Kugel-Schnappverbindung wesentlich realitätsnaher als mit bisherigen Ansätzen berechnet werden. Die Lösekraft ist anhand der Fügekraft ebenfalls gut abschätzbar. Dies zeigen umfangreiche theoretische, rechnerisch-numerische und experimentelle Untersuchungen.

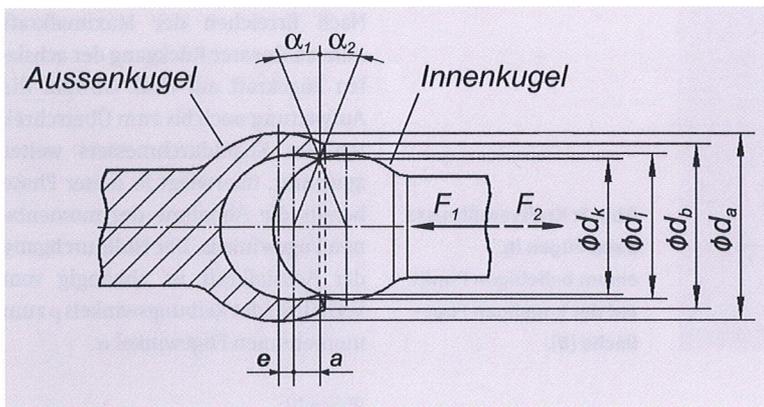


Abb. 1: Aussen- und Innenkugel mit Geometrie- und Kraftgrößen.

Ziel war, die Kräfte zum Fügen und Lösen von Kugel-Schnappverbindungen mittels einfacher Formeln möglichst genau berechnen zu können.

Kugel-Schnappverbindungen sind lösbare Verbindungen, die durch Ineinanderrasten von Hinterschnedungen mit Kugelgeometrie (Schnappkugeln) zustande kommen. Die wirkende Schlussart (Wirkprinzip) beruht auf einer Kombination von

Form- und Kraftschluss [1]. Dabei bewirkt die Hinterschneidung den Formschluss, die Reibung an den sich berührenden Oberflächen den Kraftschluss. Die Kugelgeometrie der Fügepartner verleiht der Verbindung eine teilweise Beweglichkeit analog zu einem Kugelgelenk, nämlich die Rotation um die Längsachse sowie innerhalb bestimmter Grenzen die Rotation um die darauf senkrecht stehenden Kugelachsen (Abb. 1). Auf dieser Beweglichkeit beruht die bevorzugte Nutzung für flexible Systeme und für Verbindungen, die einen gewissen Winkelausgleich erfordern.

Der Füge- und der Lösevorgang verlangen eine ausreichende Federwirkung der Fügepartner und damit eine entsprechende elastisch reversible Verformbarkeit der Werkstoffe. Dies gilt vor allem für die äussere Kugel, da die innen liegende Kugel üblicherweise massiv und demzufolge von hoher Steifigkeit ist. Für die Auslegung der Kugel-Schnappverbindungen, d.h. die Berechnung und die konstruktive Gestaltung, interessiert primär die Kenntnis des Zusammen-

spiels von Geometrie, Werkstoffeigenschaften und Kräften.

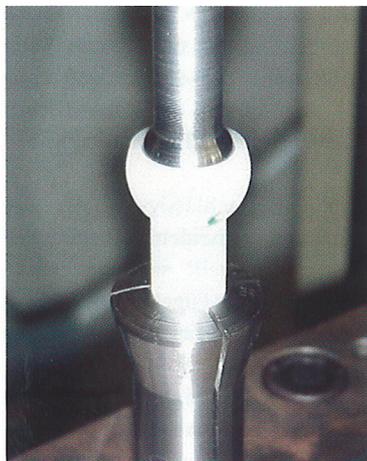
## Bisherige Theorien

Der erste Ansatz zur Berechnung von Kugel-Schnappverbindungen wurde in den 70er-Jahren des 20. Jahrhunderts in der Firmenschrift der Hoechst AG präsentiert [2]. Er ging von der Theorie der Pressverbindungen aus und versuchte, diese auf kugelförmige Schnappverbindungen zu adaptieren. Die genauere Betrachtung dieser Berechnungstheorie führt zu einigen kritischen Bemerkungen bzw. Vorbehalten:

1. Einer allfälligen Exzentrizität zwischen der äusseren und der inneren Kontur der Aussenkugel wird nicht Rechnung getragen.

**Prof. Dipl.-Ing. Johannes Kunz**, Professor für Technische Mechanik und Kunststoffkonstruktion an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil, Dozent für Berechnen und Gestalten von Kunststoffteilen im NDS Kunststofftechnik an der FH Aargau

**Dipl.-Ing. Dejan Lukic**, wissenschaftlicher Mitarbeiter für Kunststoffkonstruktion an der HSR Hochschule für Technik Rapperswil



Laborversuch zur Ermittlung des Fügeverhaltens einer Kugel-Schnappverbindung.

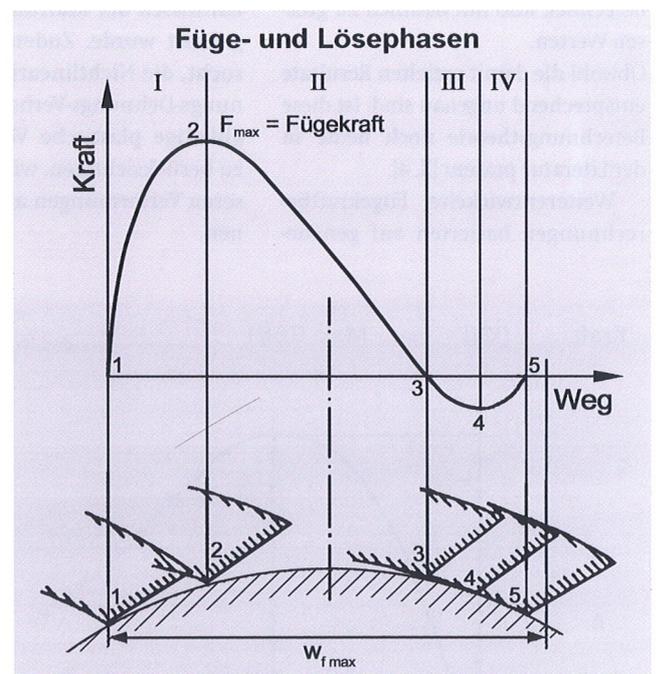
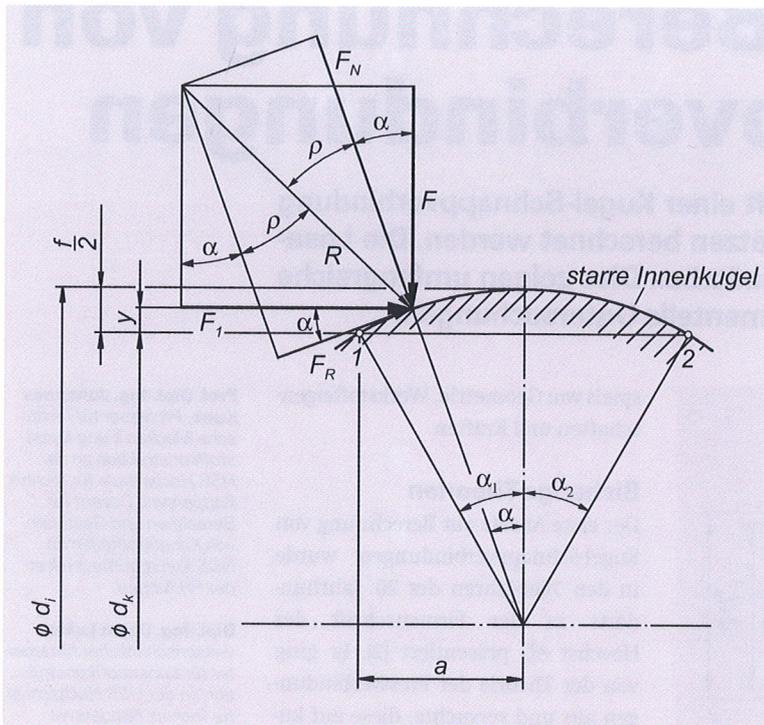


Abb. 2: Qualitativer Verlauf der Fügekraft über dem Fügeweg bei Kugel-Schnappverbindungen [5, 6] (Fügevorgang von links nach rechts).



**Abb. 3: Kraftverhältnisse beim Fügen in einem beliebigen Punkt auf der kugelförmigen Fügefläche [8].**

2. Die Theorie setzt stillschweigend voraus, dass die Innen- und Aussenkugel aus demselben Werkstoff bestehen bzw. dieselben Elastizitätskonstanten aufweisen.

3. Die Füge- und die Lösekraft werden mit den Winkeln beim jeweiligen Beginn des Füge- bzw. Lösevorgangs berechnet, also mit deutlich zu grossen Werten.

Obwohl die damit erzielten Resultate entsprechend ungenau sind, ist diese Berechnungstheorie noch heute in der Literatur präsent [3, 4].

Weiterentwickelte Fügekraftberechnungen basierten auf genaueren

Untersuchungen des Zusammenhangs zwischen der Kugelgeometrie und der Fügekraft [5]. Neu war, dass das Kräftegleichgewicht beim Fügevorgang in Abhängigkeit vom Fügeweg bzw. Winkel des momentanen Berührungspunktes und damit von den wegabhängigen Verhältnissen der Kraftumsetzung eingeführt wurde. Zudem wurde versucht, die Nichtlinearität des Spannungs-Dehnungs-Verhaltens und allfällige plastische Verformungen zu berücksichtigen, wie sie bei grösseren Verformungen auftreten können.

Aufgrund einer qualitativen Analyse des Fügevorgangs wird dieser in vier Phasen aufgeteilt (Abb. 2):

**Phase I:**

Degressiver Anstieg der Kraft-Weg-Kurve infolge stetiger Abnahme des momentanen Fügewinkels auf der Kugelkontur bei zunehmender Aufweitung des Öffnungsdurchmessers.

**Phase II:**

Nach Erreichen der Maximalkraft nahezu linearer Rückgang der achsialen Fügekraft auf Null. Obwohl die Aufweitung noch bis zum Überschreiten des Kugeldurchmessers weiter zunimmt, überwiegt in dieser Phase bereits die Abnahme des momentanen Fügewinkels. Der Nulldurchgang der Achsialkraft ist abhängig vom Verhältnis des Reibungswinkels  $\rho$  zum momentanen Fügewinkel  $\alpha$ .

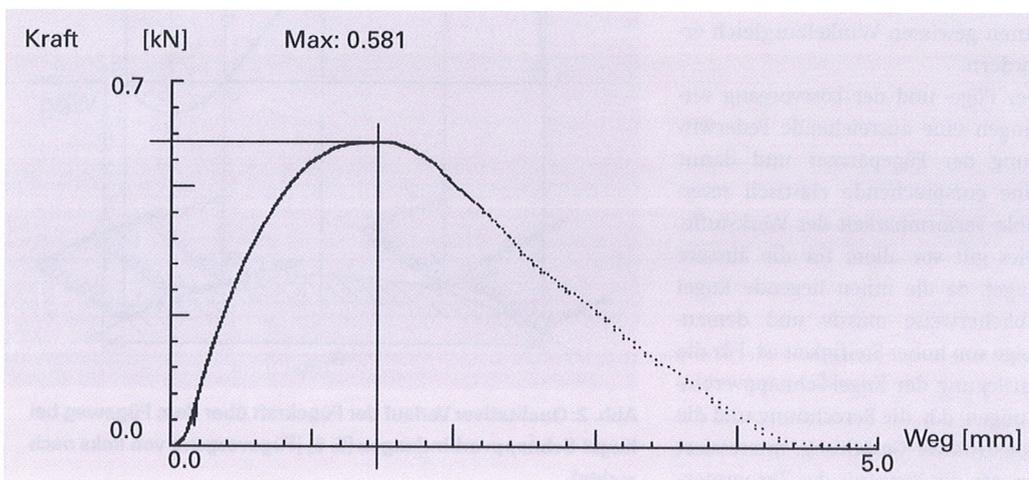
**Phase III:**

Durch die weitere Zunahme des (nun negativen) momentanen Fügewinkels kann die Fügekraft negative Werte erreichen, d.h. die Kugel wird durch die elastischen Rückstellkräfte in das Schnappelement gezogen. Infolge der gleichzeitigen Abnahme der Aufweitung tritt hier ein relatives Minimum auf.

**Phase IV:**

In dieser Phase dominiert der Dehnungsrückgang über die Zunahme des negativen Fügewinkels, und die negative Fügekraft wird Null. Bei allfälligem Auftreten bleibender Verformungen ergeben sich kleinere Rückstellkräfte, so dass die Fügekraft schon vor Beendigung des theoretischen Fügeweges das Nullniveau erreicht.

**Abb. 4: Gemessener Verlauf der Fügekraft über dem Fügeweg an einer Kugel-Schnappverbindung mit 4,7% Dehnung [9] (ohne Exzentrizität, Fügevorgang von links nach rechts).**



Bei Vernachlässigung der Reibung und Vermeiden bleibender Verformungen stellt sich ein punktsymmetrischer Fügekraftverlauf mit Nulldurchgang bei der maximalen Aufweitung ein. Als Füge- bzw. Lösekraft wird das Maximum der aufzuwendenden Achsialkraft beim Fügen bzw. Lösen an der Grenze zwischen den Phasen I und II definiert. Angesichts der Komplexität der mathematischen Beschreibung dieser

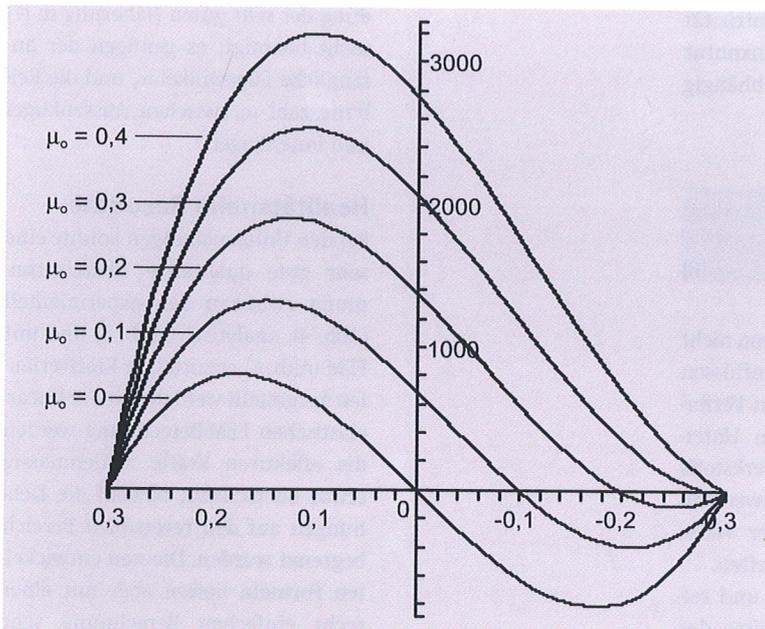


Abb. 5: Analytisch berechnete Fügekraft über dem Winkel  $\alpha$  [rad] in Abhängigkeit der Reibungszahl  $\mu_o$  [8] (ohne Exzentrizität, Fügevorgang von links nach rechts).

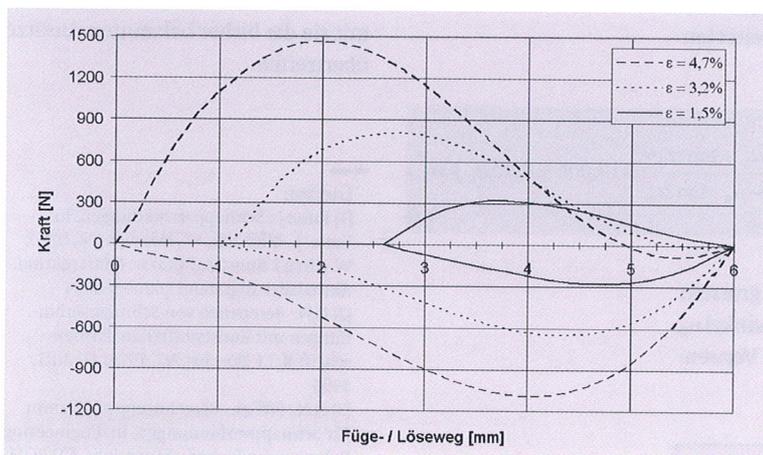


Abb. 6: Mit FEM berechnete Kraftverläufe in Funktion des Weges beim Fügen und beim Lösen für ausgewählte Geometrien bzw. Dehnungen [9] (ohne Exzentrizität, Fügevorgang von links nach rechts).

Zusammenhänge mussten die Autoren darauf hinweisen, dass die Auswertung die Hilfe eines numerischen Verfahrens erfordert. Zur Bestimmung des effektiv massgebenden Füge- oder Lösewinkels wurde ein Diagramm erarbeitet. Darauf

aufbauend wurde später [7] ein rechnergestütztes Dimensionierungssystem mit graphischer Benutzeroberfläche entwickelt. Es basiert auf einem nichtlinearen viskoelastisch-plastischen Werkstoffgesetz, das aus ein- und zweiachsigen Be- und Entlastungsversuchen gewonnen wird.

Dieser Ansatz zielte auf wesentliche Schwachpunkte der früheren Theorie, um so die Verhältnisse an der Kugel-Schnapperverbindung realitätsnäher zu erfassen. Als wichtigste Verbesserung ist sicher die korrekte Erfassung der Kraftumsetzung auf der kugelförmigen Fügegeometrie zu werten. Dennoch blieben eine Reihe von Fragen offen, und für die

einfache Anwendung in der Praxis fehlten weiterhin die erforderlichen Berechnungsinstrumente für eine realitätsnahe Auslegung von Kugel-Schnapperverbindungen.

### Neue Berechnungsformeln

Aus den vorgenannten Feststellungen ergab sich das Ziel, in einem Projekt [8, 9] Auslegungsformeln für Kugel-Schnapperverbindungen zu entwickeln, die einfach in der Handhabung sind und zu realitätsnahen Ergebnissen führen. Diese Berechnungsformeln sollten

- 1) sich möglichst nah an den Stand der Technik anlehnen, d.h. die Strukturen der etablierten Formeln weitgehend übernehmen;
- 2) die Mechanik des Fügens und des Lösen möglichst exakt erfassen (Abb. 3);
- 3) die wesentlichen Gestalteinflüsse auf das Füge- und Löseverhalten berücksichtigen, insbesondere die Exzentrizität der Aussenkugel;
- 4) in der Praxis einfach angewendet werden können;
- 5) möglichst durch experimentelle Ergebnisse abgestützt sein.

Da aufgrund bisheriger Erkenntnisse eine rein analytisch-mathematische Ableitung solcher Berechnungsformeln ausgeschlossen werden musste, war zur Bearbeitung des Projekts ein Vorgehen mit Kombination theoretischer, experimenteller und rechnerisch-numerischer Untersuchungen mit Einbezug der Finite Elemente Methode (FEM) angezeigt. Der Einfluss allfälliger Nichtlinearitäten und Inelastizitäten des Werkstoffverhaltens war nicht Gegenstand der Untersuchungen.

Für die Fügekraft konnte aus diesen Untersuchungen die einfache Formel

$$F_1 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{E}{K} \cdot d_i^2 \cdot f_e \cdot f_j \cdot \varphi_0 \quad [1]$$

abgeleitet werden.

Die Lösekraft kann anhand der Fügekraft ebenfalls gut abgeschätzt werden mit:

$$F_2 \approx (0,92 - 4,1 \cdot \varepsilon) \cdot F_1 \quad [2]$$

### Dank

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungsprojekts «Grundlagen für die Auslegung von Kunststoffkonstruktionen». Für dessen Förderung danken die Verfasser der Gebert Rüt Stiftung, Basel, und dem Forschungsfonds der HSR Hochschule für Technik Rapperswil.

Darin ist

$$\varepsilon = \varepsilon_{\max} = \frac{d_i - d_k}{d_k} \quad [3]$$

die Dehnung der Aussenkugel beim Fügen und Lösen (Abb. 1). Diese sollte zweckmässigerweise auf einen Wert begrenzt bleiben, der eine reversible Betätigung gewährleistet.

Der in (1) reziprok enthaltene Quotient

$$\frac{K}{E} = \frac{1}{E_a} \cdot \left[ \frac{\left(\frac{d_a}{d_i}\right)^2 + 1}{\left(\frac{d_a}{d_i}\right)^2 - 1} + \mu_a \right] + \frac{1}{E_i} \cdot (1 - \mu_i) \quad [4]$$

beschreibt die Steifigkeit der Kugel-Schnappverbindung, in der  $E_a$  bzw.  $E_i$  die Elastizitätsmodule und  $\mu_a$  bzw.  $\mu_i$  die Poissonzahlen von Aussenkugel bzw. Innenkugel darstellen.

Mit der Exzentrizitätsfunktion

$$f_e = 1 - \frac{e}{d_i} \cdot (45 \cdot \varepsilon + 0,5) \quad [5]$$

wird der Einfluss einer Exzentrizität zwischen Innen- und Aussenkontur der Aussenkugel dehnungsabhängig erfasst.

Die Justierfunktion

$$f_j = 0,7 - 8 \cdot \varepsilon \quad [6]$$

dient zur Berücksichtigung von nicht einzeln quantifizierbaren Einflüssen wie z.B. Nichtlinearitäten im Verformungsverhalten des in den Untersuchungen eingesetzten Werkstoffs POM usw., wobei die Zahlenwerte in (6) bei Verwendung anderer Werkstoffe wohl etwas ändern dürften.

Die komplexen, winkel- und reibungsabhängigen Verhältnisse der Kraftumsetzung auf der Kugelkontur werden durch einen erweiterten Umsetzungsfaktor

$$\varphi_0 = \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_1} - 1 \right) \cdot \sin \alpha_1 \cdot \frac{\mu_0 + \tan \alpha_0}{1 - \mu_0 \cdot \tan \alpha_0} \approx (0,066 + 0,45\mu_0) \cdot \alpha_1^3 \quad [7]$$

beschrieben. Der nur mit grossem Aufwand bestimmbare Fügewinkel  $\alpha_0$  bei Maximalkraft wird bei Verwen-

dung der sehr guten Näherung in (7) nicht benötigt; es genügen der anfängliche Fügewinkel  $\alpha_1$  und die Reibungszahl  $\mu_0$  zwischen Aussenkugel und Innenkugel.

### Realitätsnahe Resultate

Bei den Untersuchungen konnte eine sehr gute qualitative Übereinstimmung zwischen den experimentell (Abb. 4), analytisch (Abb. 5) und mit FEM (Abb. 6) ermittelten Kraftverläufen festgestellt werden. Mit der linear-elastischen FEM-Berechnung werden die effektiven Kräfte zahlenmässig etwas überschätzt, obwohl die Dehnungen auf den reversiblen Bereich begrenzt wurden. Die neu entwickelten Formeln liefern aber mit einer recht einfachen Berechnung sehr realitätsnahe Resultate (Abb. 7), womit sie die bisher bekannten Ansätze übertreffen.

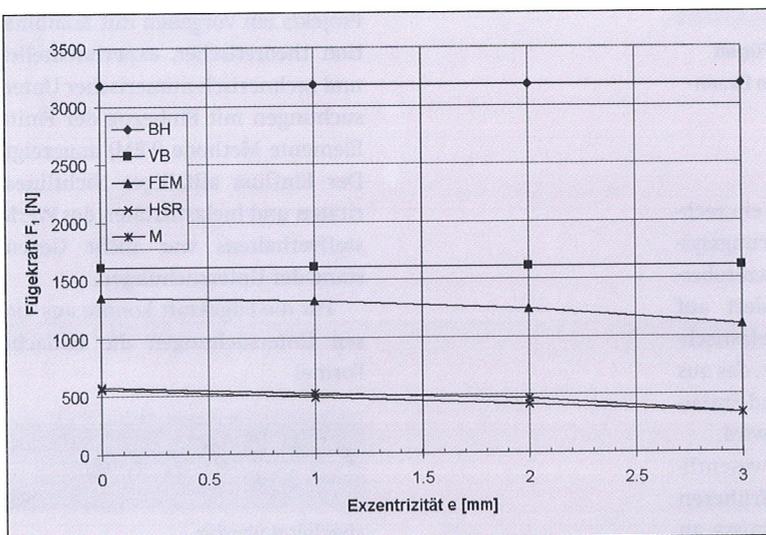


Abb. 7: Vergleich des neuen Berechnungsansatzes mit bisher bekannten Theorien anhand der Fügekräfte für eine ausgewählte Geometrie mit 4,7% Dehnung [9].

- BH: Berechnungsansatz Hoechst AG [2, 3]
- VB: Verbessertes Berechnungsansatz [5, 6, 7]
- FEM: HSR-FEM-Berechnung linear-elastisch
- HSR: HSR-Berechnungsmodell
- M: HSR-Messresultate

### Literatur:

- [1] Kunz J.: Schnappverbindungen. In: Kunz, J., Michaeli, W., Herrlich, N., Land, W. (Hrsg.): Kunststoffpraxis: Konstruktion, Aktualisierungsstand Oktober 2004
- [2] N.N.: Berechnen von Schnappverbindungen mit Kunststoffteilen. Firmenschrift B.3.1 Hoechst AG, 1978; 11. Aufl.: 1996
- [3] N.N.: FitCalc. Berechnungsprogramm für Schnappverbindungen. In: Engineering Polymers for Technical Solutions. CD-ROM, Version 1.1. Ticona GmbH, Frankfurt/Main, 1999
- [4] N.N.: Feinwerkzeugelemente – Schnappverbindungen. VDI/VDE-Richtlinie 2251. VDI/VDE-Handbuch Mikro- und Feinwerktechnik. Beuth Verlag Berlin, 1998
- [5] Bader, B., Delpy, U., Klink, H.: Einfluss geometrischer Parameter auf Funktionssicherheit und Berechenbarkeit von kugelförmigen Schnappverbindungen. 11. Stuttgarter Kunststoffkolloquium. Stuttgart, März 1989
- [6] Siegemund, E., Bader, B.: Auslegung von rohr- und kugelförmigen Schnappverbindungen. In: Delpy, U. et al.: Schnappverbindungen aus Kunststoff. expert verlag Ehningen bei Stuttgart, 1989
- [7] Doll, M., Bader, B.: Rechnergestützte Dimensionierung kugelförmiger Schnappverbindungen. 14. Stuttgarter Kunststoffkolloquium. Stuttgart, März 1995
- [8] Lukic, D.: Fügeverhalten kugelförmiger Schnappverbindungen aus Kunststoff. Diplomarbeit Hochschule für Technik Rapperswil, 2001
- [9] Kunz, J., Lukic, D.: Forschungsprojekt Füge- und Löseverhalten von Schnappkugeln. Diverse interne, unveröffentlichte Dokumente. Hochschule für Technik Rapperswil, 2002-2004