



Risiken (Umgang mit Gefahren)

Unterrichtsmaterialien für Sekundarstufe I und II
Fach: Mathematik

M2



★ WWW.JGL-WETTBEWERB.CH ★

JUGEND
GESTALTET
LEBENS
RAUM

INITIERT VON DER HSR HOCHSCHULE FÜR TECHNIK RAPPERSWIL
UNTERSTÜTZT DURCH SWISS LIFE

Lernziele ↓

- Einführung in die mathematische Grösse Wahrscheinlichkeit
- Einführung in die mathematische Grösse Risiko
- Verständnis für planerisches Umgehen mit Naturgefahren

1. Die Beobachtung von gefährlichen Naturereignissen

Naturgefahren treten in unterschiedlicher Form auf, als

- Lawinen
- Hochwasser
- Erdbeben
- Murgänge
- Steinschlag
- Felssturz
- Erdbeben
- Hagelschauer

Dabei handelt es sich um Ereignisse, die in aller Regel nicht oder allenfalls nur sehr kurzfristig vorausgesagt werden können. Ort und Zeitpunkt, in dem solche Ereignisse eintreffen, sowie die Intensität des einzelnen Ereignisses sind ungewiss. Dank Beobachtungen über Jahrzehnte, in zahlreichen Fällen gar über Jahrhunderte, sind die Ereignisse vom Wesen her bekannt. Es gibt beispielsweise Lawinnenniedergänge, die alle Jahre wiederkehren; die einzelnen Lawinen tragen sogar ihren eigenen Namen, meist in Form einer Ortsbezeichnung. Seen treten alle paar Jahre mal, meist im Sommer, über ihre Ufer. In Steinschlaggebieten kann dagegen vielmals keine Regelmässigkeit festgestellt werden.



Rutschungen im Prättigau GR



Hochwasser in Luzern

2. Die systematische Registrierung von Naturereignissen

Die beobachteten Ereignisse werden registriert und in Karten (Ereigniskarten) dargestellt. Aus den Ereigniskarten und Ereignisprotokollen lassen sich wichtige Erkenntnisse gewinnen. Für die **typischen Ereignisse** werden

- die **Häufigkeit** ihres Eintretens ermittelt,
- die **Intensität** des Ereignisses festgestellt und
- die betroffenen **Orte** festgehalten.

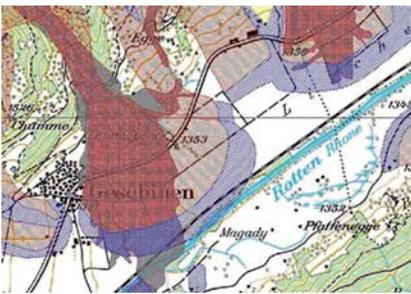
Treten solche Ereignisse auf, so können sie **Schaden** anrichten. Ob Schäden auftreten oder nicht, hängt von der Nutzung des betroffenen Gebietes ab. Das Ausmass des Schadens ist somit von zwei Faktoren abhängig, nämlich von

- der **Intensität** des Ereignisses und
- der **Nutzung** des betroffenen Gebietes.

Das Schadenspotential ist sehr unterschiedlich, d.h. abhängig davon, ob ein betroffenes Gebiet intensiv (z.B. Gartenbau) oder extensiv (z.B. Weideland) bewirtschaftet wird, ob es Behausungen für Tiere und Menschen enthält oder ob es sich gar um eine überbaute Bauzone handelt, in der sich dauernd Menschen oder Tiere aufhalten.

3. Das Gefahrenkonzept des Bundes

Der Bund regelt in der Waldgesetzgebung und in der Wasserbaugesetzgebung die Zuständigkeiten im Zusammenhang mit Naturgefahren. In seinem Schutzkonzept setzt er auf bauliche, organisatorische aber auch auf raumplanerische Massnahmen. Er überträgt den Kantonen die Aufgabe, **Ereigniskarten** und **Gefahrenkarten** zu erstellen und basierend darauf Schutzmassnahmen zu entwickeln.



Überlagernde Darstellung von Ereigniskarte und Gefahrenkarte für Geschinen, VS



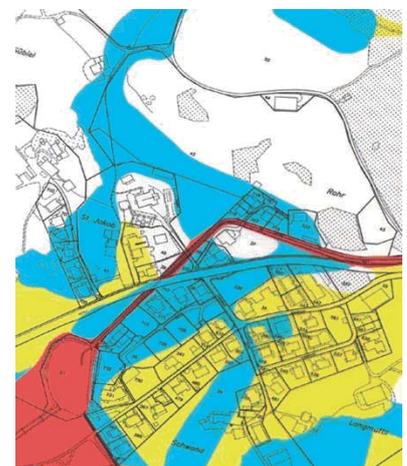
Lawinenverbauung oberhalb von Schiers GR

4. Die Methode der Gefahrenkarte

Die Kantone haben Gefahrenkarten zu erstellen, insbesondere betreffend

- Überschwemmungen und Hochwasser
- Lawinen
- Sturzgefahren: Murgänge, Steinschlag, Felssturz

In den Gefahrenkarten werden in der Regel drei Gefahrenstufen ausgeschieden, d.h. die Gebiete werden nach den drei Stufen bewertet. Dies geschieht, indem die Intensität als schwach, mittel oder stark eingestuft wird. Die Wahrscheinlichkeit wird mit hoch, mittel und gering benotet. Damit könnten bei Überlagerung von Intensität und Wahrscheinlichkeit die Gefahren 9-stufig dargestellt werden. Die Vereinfachung und Konzentration auf die Hauptaussagen erfolgt durch die Reduktion auf die drei Stufen rot, blau und gelb im 9-Felder-Diagramm.



Gefahrenkarte Ennetmoos NW, Entwurf 2003
rote, blaue und gelbe Gefahrenbereiche

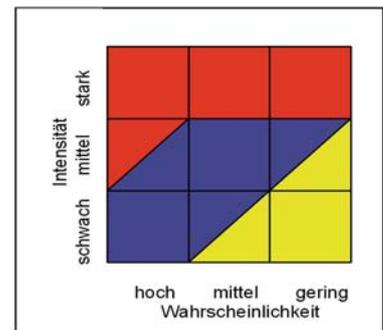
Legende zu den Gefahrenkarten

3 Gefahrenstufen

rot: erhebliche Gefährdung Verbotsbereich

blau: mittlere Gefährdung Gebotsbereich

gelb: geringe Gefährdung Hinweisbereich



9-Felder-Intensitäts-Wahrscheinlichkeitsdiagramm

5. Eine mathematische Theorie zum Umgang mit der Ungewissheit, insbesondere betreffend Gefahren und Risiken

5.1 Wahrscheinlichkeit

Die mathematische Grösse, mit der in diesem Zusammenhang gerechnet wird, ist die Wahrscheinlichkeit.

Definition:

Die **Wahrscheinlichkeit** ist der Quotient, gebildet aus der Anzahl günstiger (ungünstiger) Ereignisse und der Anzahl möglicher Ereignisse.

$$W(E) = g/m \quad \text{wobei } g \leq m$$

Die Wahrscheinlichkeit wird mit W bezeichnet (in der Mathematik häufig mit p für „probability“)

$W = 1$ bedeutet ein Ereignis, das eintreten wird („sicheres Ereignis“)

$W = 0$ bedeutet ein unmögliches Ereignis

m bezeichnet die Anzahl möglicher Ereignisse

g bezeichnet die Anzahl günstiger Ereignisse (bei Gefahren: die Anzahl ungünstiger Ereignisse)

E ist Symbol für Ereignis

5.2 Tragweite, Gefahr und Risiko

Die mathematische Grösse für das Schadensmass wird verallgemeinernd als Tragweite bezeichnet.

Die **Gefahr** ist das Produkt aus Intensität der Ereignisse und Ereigniseintrittswahrscheinlichkeit.

Definition:

Das **Risiko** R ist definiert als Produkt der Wahrscheinlichkeit W eines Ereignisses und der Tragweite T des Ereignisses (versicherungstechnisch: des Schadenmasses).

$$RE = T(E) \cdot W(E)$$

Bei präzise zu bewertenden Risiken sind somit genaue Angaben bzw. Annahmen über Wahrscheinlichkeit und Tragweite erforderlich.

5.3 Bewertung von Varianten

Wo bei verschiedenen Lösungsvarianten mit unterschiedlichen Risiken oder unterschiedlichen Folgeproblemen gerechnet werden muss, werden Risikoanalysen durchgeführt, d.h. die Varianten hinsichtlich der mit ihnen verbundenen Risiken untersucht. Häufig bestehen allerdings keine genauen Kenntnisse weder über die Wahrscheinlichkeit noch über die Tragweite eines bestimmten Ereignisses.

Zur Quantifizierung der Risikobetrachtungen kann in einfachen Fällen eine Bewertungsmatrix dienen, in welcher die Folgen von Ereignissen abgeschätzt werden. Das Risiko jeder Variante wird errechnet, indem man die Wahrscheinlichkeit bewertet und die Tragweite mit einer Skala ausdrückt:

bezüglich der Wahrscheinlichkeit W :

- 0 bedeutet: der Risikofall tritt nicht ein
- 5 bedeutet: das Risiko ist mittelgross
- 10 bedeutet: der Risikofall tritt mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit ein.

bezüglich der Tragweite T :

- 0 bedeutet: keine Auswirkung
- 5 bedeutet mittlere Auswirkung = Störfall
- 10 bedeutet: grosse Auswirkung = Katastrophe.

Für jede Variante werden nun die Risiken aus dem Wert $W \cdot T$ errechnet und die Summe all dieser Werte gebildet. Diese Summe entspricht dem abgeschätzten Gesamtrisiko.

Rechenbeispiele zur Risikoanalyse mittels Bewertung der einzelnen Kriterien:

Beispiel Kriterium	Variante A			Variante B		
	T	W	W*T	T	W	W*T
Risiko 1	4	3	12	2	4	8
Risiko 2	1	6	6	3	2	6
Gesamtrisikobewertung			18			14

Aufgabenblatt zu Risiken

A Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit

1. Ich würfle ein Mal. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich eine 6 würfle?
2. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit des 10-jährigen Hochwassers bei der Kleinen Aa an einem bestimmten Tag, z.B. am 1.7.2007.
Das 10-jährige Hochwasser ist dabei wie folgt definiert: Durchschnittlich einmal in 10 Jahren (aufgrund der bisherigen Statistiken bzw. Beobachtungen) kommt ein Hochwasser im definierten Ausmass des "10-jährigen Hochwassers" vor. Das Hochwasser dauerte bei allen bisherigen Beobachtungen an der Kleinen Aa nie länger als einen Tag. Hochwasser kommt ferner nur während den hundert Sommertagen vor.
3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich ein Hochwasser erlebe, wenn ich 10 Jahre an der Kleinen Aa lebe?
4. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich ein Hochwasser erlebe, wenn ich im Sommer während 14 Tagen an der Kleinen Aa Ferien verbringe?

B Aufgaben zur Berechnung des Risikos

5. Die grosse Aa überschwemmt erfahrungsgemäss während der 100 Sommertage durchschnittlich alle zwei Jahre einmal. Bei Messungen im gefährdeten Gebiet an der Grossen Aa während 14 Tagen im Sommer ein Messgerät mit einem Wert von Fr. 5'000.-- im Einsatz steht, das während dieser Zeit bei drohendem Hochwasser nicht rechtzeitig entfernt werden kann und im Hochwasserfall zerstört würde, besteht ein Risiko. Wie gross ist es?

C Aufgaben zur Bewertung von Varianten

6. Im Lawinengefahrengbiet sind touristische Anlagen vorgesehen. Es stehen drei Standorte zur Diskussion, die alle in der Gefahrenzone blau liegen, also nur unter bestimmten Bedingungen akzeptiert werden können. Es soll derjenige Standort ermittelt werden, in dem der Betrieb der touristischen Anlage mit den geringsten Risiken verbunden ist.

Arbeitsblatt zu Risiken

C Aufgaben zur Bewertung von Varianten

	Variante	1	2	3
Tragweite	T			
Wahrscheinlichkeit	W			
Auswirkungen eines Lawinenniedergangs im Gebiet	T	sehr gross	mittel	schwach
	W	mittelgross	gering	gering
Räumungsaufwand	T	mittel	sehr gross	gross
	W	mittelgross	gering	gering
Auswirkungen einer Lawinengefährdung der Zufahrt: Strassenschliessung	T	kurz	lange	einige Tage
	W	kaum je	selten	häufig

Variante	1			2			3		
	T	W	T*W	T	W	T*W	T	W	T*W
Auswirkungen eines Lawinenniedergangs im Gebiet									
Räumungsaufwand									
Auswirkungen einer Lawinengefährdung der Zufahrt: Strassenschliessung									

Anleitung:

- Setze für „sehr gross“ den Wert 10 ein, für „mittel“ den Wert 5 und für „schwach“ den Wert 1
- Setze für „mittelgross“ den Wert 5 ein für „gering“ den Wert 1
- Führe die Bewertung analog fort, indem du plausible Werte einsetzest. Dabei ist dir ein gewisser Spielraum überlassen.

Lösungsblatt 1 zu Risiken

A Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit

1. Ich würfle ein Mal; wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich eine 6 würfle?

m: 6 (Möglichkeiten: „1“, „2“, „3“, „4“, „5“, „6“)

g: 1 (nämlich die „6“)

$$W(E) = g / m = 1/6$$

2. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit des 10-jährigen Hochwassers bei der Kleinen Aa an einem bestimmten Tag, z.B. am 1.7.2007.

Das 10-jährige Hochwasser ist dabei wie folgt definiert: Durchschnittlich einmal in 10 Jahren (aufgrund der bisherigen Statistiken bzw. Beobachtungen) kommt ein Hochwasser im definierten Ausmass des „10-jährigen Hochwassers“ vor. Das Hochwasser dauerte bei allen bisherigen Beobachtungen an der Kleinen Aa nie länger als einen Tag. Hochwasser kommt ferner nur während den hundert Sommertagen vor.

m: 10 (Jahre) * 100 (Tage) = 1000 (Tage)

g: 1 (Tag)

$$W(E) = g / m = 1/1000 = 0,001$$

3. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich ein Hochwasser erlebe, wenn ich 10 Jahre an der Kleinen Aa lebe?

$$W(E) = g / m = 1000/1000 = 1$$

4. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich ein Hochwasser erlebe, wenn ich im Sommer während 14 Tagen an der Kleinen Aa Ferien verbringe?

$$W(E) = g / m = 14 / 1000 = 0,014$$

B Aufgaben zur Berechnung des Risikos

5. Die grosse Aa überschwemmt erfahrungsgemäss während der 100 Sommertage durchschnittlich alle zwei Jahre einmal. Wenn bei Messungen im gefährdeten Gebiet an der Grossen Aa während 14 Tagen im Sommer ein Messgerät mit einem Wert von Fr. 5'000.- im Einsatz steht, das während dieser Zeit bei drohendem Hochwasser nicht rechtzeitig entfernt werden kann und im Hochwasserfall zerstört würde, ist das Risiko wie folgt zu berechnen:

$$W: 14 / 200 = 0,07$$

$$T: \text{Fr. } 5'000.--$$

$$R = W * T = 0,07 * \text{Fr. } 5'000.-- = \text{Fr. } 350.--$$

C Aufgaben zur Bewertung von Varianten

6. Im Lawinengefahrengbiet sind touristische Anlagen vorgesehen. Es stehen drei Standorte zur Diskussion, die alle in der Gefahrenzone blau liegen, also nur unter bestimmten Bedingungen akzeptiert werden können. Es soll derjenige Standort ermittelt werden, in dem der Betrieb der touristischen Anlage mit den geringsten Risiken verbunden ist.

	Variante	1	2	3
Tragweite	T			
Wahrscheinlichkeit	W			
Auswirkungen eines Lawinnenniedergangs im Gebiet	T	sehr gross	mittel	schwach
	W	mittelgross	gering	gering
Räumungsaufwand	T	mittel	sehr gross	gross
	W	mittelgross	gering	gering
Auswirkungen einer Lawinengefährdung der Zufahrt: Strassenschliessung	T	kurz	lange	einige Tage
	W	kaum je	selten	häufig

Variante	1			2			3		
	T	W	T*W	T	W	T*W	T	W	T*W
Auswirkungen eines Lawinnenniedergangs im Gebiet									
	10	5	50	5	1	5	1	1	1
Räumungsaufwand	5	5	25	10	1	10	8	1	8
Auswirkungen einer Lawinengefährdung der Zufahrt: Strassenschliessung									
	1	1	1	10	3	10	5	10	50
			76			25			59

Anleitung:

- Setze für „sehr gross“ den Wert 10 ein, für „mittel“ den Wert 5 und für „schwach“ den Wert 1
- Setze für „mittelgross“ den Wert 5 ein für „gering“ den Wert 1
- Führe die Bewertung analog fort, indem du plausible Werte einsetzest. Dabei ist dir ein gewisser Spielraum überlassen. Die in der Klasse dadurch erzielten unterschiedlichen Bewertungen sollten aber dennoch nicht weit voneinander abweichen.