

Übung 10

-

Grundlagen der schliessenden Statistik

Aktuelle Version: 30. August 2022

Hinweise:

- Übungen sind mit Vorteil alleine zu lösen.
- Benutzen Sie die Musterlösungen nur zur Korrektur.
- Die Übungen sind wichtige Vorbereitungen für die Prüfung. Lösen sie die Übungen sorgfältig und stellen Sie die Lösungswege übersichtlich dar.
- (Ergänzte) Vorlesungsunterlagen und Fachbücher helfen beim Lösen von Übungen und bringen gleichzeitig eine erweiterte Ansicht auf die Problemstellung.
- Wenn Sie die Übungen nicht verstehen, fragen Sie!

Übung 1. *Fragen*

1. Was ist Zweck der schliessenden Statistik?
2. Wie funktioniert schliessende Statistik?
3. Wie ist das Stichprobenmittel verteilt?
4. Wie ist die zu schätzende Varianz der Grundgesamtheit verteilt?
5. Wie ist der Zusammenhang zwischen χ^2 -Verteilung und Normalverteilung?
6. Was ist ein Konfidenzintervall?

Übung 2. *Student t-Verteilung*

Eine Zufallsvariable X sei t-verteilt mit $\nu = 10$ Freiheitsgraden.

1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass x zwischen -1.4 und 1.8 liegt.
2. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass x über 2.2 liegt.
3. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass x kleiner als -0.9 ist.
4. In welchem mittleren Bereich liegen ihre Realisationen mit einer Wahrscheinlichkeit von 99%?
5. Wie unterscheiden sich die berechneten Werte, wenn sie statt von einer t-Verteilung von einer Normalverteilung ausgehen?

Übung 3. *χ^2 -Verteilung*

Eine Zufallsvariable X sei χ^2 -verteilt mit $\nu = 10$ Freiheitsgraden.

1. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass x zwischen 15 und 20 liegt.
2. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass x über 9 liegt.
3. Wie ändert sich die Verteilung bei höherem ν ?

Übung 4. *Stichprobenmittelwerte*

Sie analysieren eine Produktionseinrichtung. Vom System wissen sie, dass diese Maschine im normalverteilten Mittel 10 Stück pro Sekunde produziert und die Standardabweichung von 1.5 Stück pro Sekunde besitzt. Sie führen 50 Experimente durch.

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der mittlere Ausstoss unter 9.5 Stück pro Sekunde liegen?

2. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Ausstoss über 10.5 Stück pro Sekunde liegen?
3. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der mittlere Ausstoss zwischen 9.5 und 10.5 Stück pro Sekunde liegen?
4. In welchem symmetrischen Intervall liegt der mittlere Ausstoss zu 99%?
5. Wie verändert sich das Ergebnis, wenn Sie stattdessen nur 10 Experimente durchführen?
6. Wie viele Experimente müssen Sie durchführen, um zu 90% sicher zu sein, dass der mittlere Ausstoss im Intervall $[9.5, 10.5]$ liegt?

Übung 5. *Stichprobenmittelwerte*

Es seien die Ergebnisse bei Prüfungen an einer Hochschule normalverteilt mit einer Standardabweichung von $\sigma = 1.5$ und einem Durchschnitt von $\mu = 4.5$ Notenpunkten. In der aktuellen Prüfungssession finden $n = 30$ Prüfungen statt.

1. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Durchschnitt der Prüfungen kleiner als 4 ist?
2. Im welchem Intervall liegt der Durchschnitt zu 99%?